

СИСТЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЙТИНГА

THE RANKING SYSTEM

V. Yushkin

Goal. Description of the rating system in team sports. Theoretical justification of rating calculation using numerical methods. Material and methods. As an example, the results of the performance of national teams in football were used. Numerical methods of calculation were used to calculate systems of linear equations. High-level programming languages were used to automate the calculation process. Results. A rating system was developed and applied to determine the strength of teams. The resulting rating system can serve as a methodological basis for calculating the rating in all game sports. A system of linear equations providing a unique solution is presented. Mathematically justified formulas of rating calculation are given. Conclusion. The data obtained testify to the adequacy of the constructed model and the possibility of using the rating to assess the results of performances in team sports.

Keywords: rating, system, forecasting, modeling, result, numerical method, estimation.

Юшкин Владислав Николаевич

К.т.н., доцент, Волгоградский государственный аграрный университет
aup-volgau@yandex.ru

Аннотация. Цель. Описание системы определения рейтинга в командных видах спорта. Теоретическое обоснование расчета рейтинга с применением численных методов. Материал и методы. В качестве примера использовались результаты выступления сборных команд по футболу. Для вычислений систем линейных уравнений применялись численные методы расчета. Для автоматизации процесса вычислений применялись языки программирования высокого уровня. Результаты. Разработана и применена система определения рейтинга, позволяющая определить силу команд. Полученная система рейтинга может служить методической основой для вычисления рейтинга во всех игровых видах спорта. Представлен вид системы линейных уравнений, обеспечивающей единственный вариант решения. Приведены математически обоснованные формулы подсчета рейтинга. Заключение. Полученные данные свидетельствуют об адекватности построенной модели и о возможности применения рейтинга для оценки результатов выступлений в командных видах спорта.

Ключевые слова: рейтинг, система, прогнозирование, моделирование, результат, численный метод, оценка.

Введение

Первыми рейтинг стали использовать шахматисты. Рейтинг в шахматах — это система определения индивидуальных коэффициентов на основе статистики результатов сыгранных партий. Разработал эту систему американский профессор Арпад Эло. В соответствии с шахматным рейтингом составляются списки участников того или иного турнира. Таким образом, рейтинг является показателем не просто силы шахматиста, но и самым существенным образом влияет на всю шахматную жизнь. Рейтинг является дополнительным стимулом для борьбы. Даже если у шахматиста нет шансов в данном турнире занять достойное высокое место, он продолжает борьбу, поскольку его результат будет учтен при расчете его рейтинга [1]. Естественным развитием событий является внедрение рейтинга в командные виды спорта.

1. Расчет рейтингов

1.1. Расчет рейтингов без учета воздействия фактора своего поля

Первоначально определим рейтинги при условии проведения всех матчей на нейтральном поле. Для выполнения расчетов в качестве главного критерия используем счет, зафиксированный в матче.

Простым сложением забитых и пропущенных голов в матчах с разными соперниками правильно определить силу команд невозможно, следовательно, суммировать забитые и пропущенные голы необходимо с учетом силы соперника.

Для определения рейтингов команд необходимо решить систему уравнений

$$R_i = \frac{F_i}{A_i}, \quad (1.1)$$

где i — количество команд, рассчитываемых в системе;

R_i — рейтинг i -ой команды;

F_i, A_i — суммарное приведенное количество забитых и пропущенных голов i -ой команды соответственно.

Суммарное приведенное количество забитых и пропущенных голов определяется с помощью следующих зависимостей:

$$F_i = \sum_{j=1}^n (G_j^f \cdot \sqrt{R_j}); \quad A_i = \sum_{j=1}^n (G_j^a / \sqrt{R_j}), \quad (1.2)$$

где n — количество матчей, проведенных i -ой командой;

G_j^f, G_j^a — количество забитых и пропущенных голов i -ой команды в j -ой игре соответственно;

R_j — рейтинг команды соперника в j -ой игре.

Для решения системы уравнений воспользуемся условием, что рейтинг средней команды равен единице, т.е.

$$\sum_{i=1}^n F_i / \sum_{i=1}^n A_i = 1, \quad (1.3)$$

где n — количество команд, рассчитываемых в системе.

1.2. Расчет коэффициента влияния фактора своего поля на рейтинг

Величина коэффициента фактора своего поля вычисляется как средневзвешенное значение по всем рассчитываемым матчам системы по приведенной ниже формуле

$$k_v = \sum_{i=1}^n (G_1 / \sqrt{R_1/R_2}) / \sum_{i=1}^n (G_2 \cdot \sqrt{R_1/R_2}), \quad (1.4)$$

где n — количество матчей, в которых одна из команд имела преимущество своего поля;

G_1, G_2 — количество голов, забитых хозяевами поля и гостями соответственно;

R_1, R_2 — рейтинг хозяев поля и гостей соответственно.

1.3. Расчет коэффициента влияния фактора своего континента на рейтинг

Величина коэффициента фактора своего континента вычисляется как средневзвешенное значение по всем рассчитываемым матчам системы по следующей формуле

$$k_c = \sum_{i=1}^n (G_1 / \sqrt{R_1/R_2}) / \sum_{i=1}^n (G_2 \cdot \sqrt{R_1/R_2}), \quad (1.5)$$

где n — количество матчей, в которых одна из команд имела преимущество своего континента;

G_1, G_2 — количество голов, забитых хозяевами и гостями континента соответственно;

R_1, R_2 — рейтинг хозяев и гостей континента соответственно.

1.4. Расчет коэффициентов влияния факторов своего поля и своего континента на рейтинг

При совместном использовании k_v и k_c формулы (4, 5) примут следующий вид:

$$k_v = \sum_{i=1}^n ((G_1 / \sqrt{k_c}) / \sqrt{R_1/R_2}) / \sum_{i=1}^n (G_2 \cdot \sqrt{k_c} \cdot \sqrt{R_1/R_2}); \quad (1.6)$$

$$k_c = \sum_{i=1}^n ((G_1 / \sqrt{k_v}) / \sqrt{R_1/R_2}) / \sum_{i=1}^n (G_2 \cdot \sqrt{k_v} \cdot \sqrt{R_1/R_2}). \quad (1.7)$$

Примечание: в случае, если игра проходит на нейтральном поле, то $k_v = 1$, если игра проходит на нейтральном континенте, то $k_c = 1$.

1.5. Расчет коэффициента категории матча

Коэффициент для каждой категории матчей определяется с использованием зависимости

$$k_i = (n - n_f) / n, \quad (1.8)$$

где n — количество матчей, принадлежащих к данной категории;

n_f — сумма приведенных отклонений, прогнозируемых результатов от фактических.

Для определения суммы приведенных отклонений воспользуемся формулой

$$n_f = \sum_{i=1}^n (|R_1^w - G_1^w| / m_1 + |R_2^w - G_2^w| / m_2), \quad (1.9)$$

где n — количество матчей, принадлежащих к данной категории;

G_1^w, G_2^w — приведенное количество фактически забитых голов первой и второй команд соответственно;

R_1^w, R_2^w — приведенное количество прогнозируемых забитых голов первой и второй команд соответственно;

m_1, m_2 — максимальное значение из приведенного количества прогнозируемых и фактически забитых голов первой и второй команд соответственно.

Приведенное количество прогнозируемых забитых голов первой и второй команд определяется с учетом факторов своего поля и своего континента:

$$G_1^w = G_1 / (G_1 + G_2); G_2^w = G_2 / (G_1 + G_2);$$

$$R_1^w = R_1 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c} / (R_1 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c} + R_2 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c}); \quad (1.10)$$

$$R_2^w = R_2 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c} / (R_1 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c} + R_2 \cdot \sqrt{k_v \cdot k_c}),$$

где G_1, G_2 — количество голов забитых первой и второй командой соответственно;

R_1, R_2 — рейтинг первой и второй команды соответственно.

Примечание: если команда играет в гостях, то k_v принимает обратную величину, если команда играет на чужом континенте, то k_c принимает обратную величину.

После определения k_i для каждой категории матчей пересчитываем эти коэффициенты с условием, что для среднего матча $k_i = 1$, т.е.

$$\sum_{i=1}^c (n_i \cdot k_i) / n = 1, \quad (1.11)$$

$$R_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{(0+0) \cdot \sqrt{R_2} + (2+2) \cdot \sqrt{R_3} + (6+3) \cdot \sqrt{R_4} + (4+3) \cdot \sqrt{R_5}}{(0+1)/\sqrt{R_2} + (0+1)/\sqrt{R_3} + (1+1)/\sqrt{R_4} + (0+0)/\sqrt{R_5}};$$

$$R_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{(1+0) \cdot \sqrt{R_1} + (1+4) \cdot \sqrt{R_3} + (2+1) \cdot \sqrt{R_4} + (3+3) \cdot \sqrt{R_5}}{(0+0)/\sqrt{R_1} + (3+2)/\sqrt{R_3} + (0+1)/\sqrt{R_4} + (0+0)/\sqrt{R_5}};$$

$$R_3 = \frac{F_3}{A_3} = \frac{(1+0) \cdot \sqrt{R_1} + (2+3) \cdot \sqrt{R_2} + (3+0) \cdot \sqrt{R_4} + (4+0) \cdot \sqrt{R_5}}{(2+2)/\sqrt{R_1} + (4+1)/\sqrt{R_2} + (2+0)/\sqrt{R_4} + (1+1)/\sqrt{R_5}};$$

$$R_4 = \frac{F_4}{A_4} = \frac{(1+1) \cdot \sqrt{R_1} + (1+0) \cdot \sqrt{R_2} + (0+2) \cdot \sqrt{R_3} + (0+2) \cdot \sqrt{R_5}}{(3+6)/\sqrt{R_1} + (1+2)/\sqrt{R_2} + (0+3)/\sqrt{R_3} + (0+2)/\sqrt{R_5}};$$

$$R_5 = \frac{F_5}{A_5} = \frac{(0+0) \cdot \sqrt{R_1} + (0+0) \cdot \sqrt{R_2} + (1+1) \cdot \sqrt{R_3} + (2+0) \cdot \sqrt{R_5}}{(3+4)/\sqrt{R_1} + (3+3)/\sqrt{R_2} + (0+4)/\sqrt{R_3} + (2+0)/\sqrt{R_5}};$$

$$\frac{F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5} = 1.$$

Рис. 1

где c — количество используемых категорий матчей;
 n_i — количество матчей, принадлежащих к i -ой категории;
 k_i^i — коэффициент i -ой категории;
 n — количество матчей, рассчитываемых в системе.

1.6. Расчет рейтингов с учетом времени проведения матчей

С учетом времени проведения матчей, коэффициентов влияния фактора своего поля, своего континента и категории матча F_i и A_i запишем в виде:

$$F_i = \left(\sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{G_j^f \cdot \sqrt{R_j} \cdot k_t}{\sqrt{k_v} \cdot k_c} \cdot k_p^d \right) + \frac{G_n^f \cdot \sqrt{R_n} \cdot k_t}{\sqrt{k_v} \cdot k_c} \right) \cdot \frac{V}{P_i}; \quad (1.12)$$

$$A_i = \left(\sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{G_j^a \cdot k_t}{\sqrt{R_j} / \sqrt{k_v} \cdot k_c} \cdot k_p^d \right) + \frac{G_n^a \cdot k_t}{\sqrt{R_n} / \sqrt{k_v} \cdot k_c} \right) \cdot \frac{V}{P_i}; \quad (1.13)$$

где i — количество команд, рассчитываемых в системе;
 n — количество матчей, проведенных i -ой командой на день расчета рейтинга;
 k_p — коэффициент, учитывающий влияние результатов предыдущих матчей i -ой команды на рейтинг;
 d — количество дней, прошедших между j -ой и n -ой игрой;
 P_i — приведенное количество матчей на момент расчета рейтинга

$$P_i = \sum_{j=1}^{n-1} k_p^d + 1;$$

V — приведенная сумма матчей, влияющих на рейтинг команд (величина определяемая методом подбора $V = 33.28$).

Примечание: в случае, если команда играет в гостях, k_v принимает обратную величину, если на нейтральном поле, $k_v = 1$, если команда играет на чужом континенте, то k_c принимает обратную величину, а если на нейтральном — $k_c = 1$.

Коэффициент, учитывающий влияние результатов предыдущих матчей, рассчитывается для каждой команды

$$k_p = \sqrt[a]{\frac{V-1}{V}}, \quad (1.14)$$

где A — среднее количество дней между матчами рассчитываемой команды.

2. Пример расчета

В качестве примера рассчитаем следующий набор матчей:

Финляндия — Молдавия	3-2
Турция — Северная Ирландия	3-0
Северная Ирландия — Финляндия	1-0
Турция — Германия	1-0
Молдавия — Германия	1-3

Таблица 1. Результаты выступления команд без учета фактора своего поля

№	Названия команд	R_i	F_i	A_i
1.	Германия	3.350	14.434	4.309
2.	Турция	1.981	12.230	6.173
3.	Финляндия	1.059	13.132	12.404
4.	Молдавия	0.580	8.116	14.004
5.	Северная Ирландия	0.245	3.581	14.603

$$R_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{0 \cdot \sqrt{R_2/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_2 \cdot k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_3/k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_3 \cdot k_v} \dots}{0/\sqrt{R_2/k_v} + 1/\sqrt{R_2 \cdot k_v} + 0/\sqrt{R_3/k_v} + 1/\sqrt{R_3 \cdot k_v} \dots}$$

$$\dots \frac{+ 6 \cdot \sqrt{R_4/k_v} + 3 \cdot \sqrt{R_4 \cdot k_v} + 4 \cdot \sqrt{R_5/k_v} + 3 \cdot \sqrt{R_5 \cdot k_v}}{+ 1/\sqrt{R_4/k_v} + 1/\sqrt{R_4 \cdot k_v} + 0/\sqrt{R_5/k_v} + 0/\sqrt{R_5 \cdot k_v}}$$

$$R_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{1 \cdot \sqrt{R_1/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_1 \cdot k_v} + 1 \cdot \sqrt{R_3/k_v}}{0/\sqrt{R_1/k_v} + 0/\sqrt{R_1 \cdot k_v} + 3/\sqrt{R_3/k_v} + 2/\sqrt{R_3 \cdot k_v} \dots}$$

$$\dots \frac{+ 2 \cdot \sqrt{R_4/k_v} + 1 \cdot \sqrt{R_4 \cdot k_v} + 3 \cdot \sqrt{R_5/k_v} + 3 \cdot \sqrt{R_5 \cdot k_v}}{+ 0/\sqrt{R_4/k_v} + 1/\sqrt{R_4 \cdot k_v} + 0/\sqrt{R_5/k_v} + 0/\sqrt{R_5 \cdot k_v}}$$

$$R_3 = \frac{F_3}{A_3} = \frac{1 \cdot \sqrt{R_1/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_1 \cdot k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_2/k_v} + 3 \cdot \sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}{2/\sqrt{R_1/k_v} + 2/\sqrt{R_1 \cdot k_v} + 4/\sqrt{R_2/k_v} + 1/\sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}$$

$$\dots \frac{+ 3 \cdot \sqrt{R_4/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_4 \cdot k_v} + 4 \cdot \sqrt{R_5/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_5 \cdot k_v}}{+ 2/\sqrt{R_4/k_v} + 0/\sqrt{R_4 \cdot k_v} + 1/\sqrt{R_5/k_v} + 1/\sqrt{R_5 \cdot k_v}}$$

$$R_4 = \frac{F_4}{A_4} = \frac{1 \cdot \sqrt{R_1/k_v} + 1 \cdot \sqrt{R_1 \cdot k_v} + 1 \cdot \sqrt{R_2/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}{3/\sqrt{R_1/k_v} + 6/\sqrt{R_1 \cdot k_v} + 1/\sqrt{R_2/k_v} + 2/\sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}$$

$$\dots \frac{+ 0 \cdot \sqrt{R_3/k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_3 \cdot k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_5/k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_5 \cdot k_v}}{+ 0/\sqrt{R_3/k_v} + 3/\sqrt{R_3 \cdot k_v} + 0/\sqrt{R_5/k_v} + 2/\sqrt{R_5 \cdot k_v}}$$

$$R_5 = \frac{F_5}{A_5} = \frac{0 \cdot \sqrt{R_1/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_1 \cdot k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_2/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}{3/\sqrt{R_1/k_v} + 4/\sqrt{R_1 \cdot k_v} + 3/\sqrt{R_2/k_v} + 3/\sqrt{R_2 \cdot k_v} \dots}$$

$$\dots \frac{+ 1 \cdot \sqrt{R_3/k_v} + 1 \cdot \sqrt{R_3 \cdot k_v} + 2 \cdot \sqrt{R_4/k_v} + 0 \cdot \sqrt{R_4 \cdot k_v}}{+ 0/\sqrt{R_3/k_v} + 4/\sqrt{R_3 \cdot k_v} + 2/\sqrt{R_4/k_v} + 0/\sqrt{R_4 \cdot k_v}}$$

$$\frac{F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5} = 1 ;$$

Рис. 2 (продолжение на стр. 126)

Таблица 2. Результаты выступления команд с учетом фактора своего поля

№	Названия команд	R_i	F_i	A_i	k_v
1.	Германия	3.598	14.292	3.972	1.4035
2.	Турция	1.908	12.287	6.439	
3.	Финляндия	0.942	12.530	13.306	
4.	Молдавия	0.663	8.454	12.742	
5.	Северная Ирландия	0.231	3.344	14.448	

$$k_v = \left(3/\sqrt{R_3/R_4} + 3/\sqrt{R_2/R_5} + 1/\sqrt{R_5/R_3} + 1/\sqrt{R_2/R_1} + 1/\sqrt{R_4/R_1} + \right. \\ \left. + 1/\sqrt{R_2/R_3} + 2/\sqrt{R_5/R_4} + 0/\sqrt{R_5/R_1} + 2/\sqrt{R_2/R_4} + 2/\sqrt{R_1/R_3} + \right. \\ \left. + 0/\sqrt{R_4/R_5} + 6/\sqrt{R_1/R_4} + 2/\sqrt{R_3/R_2} + 0/\sqrt{R_4/R_3} + 1/\sqrt{R_3/R_1} + \right. \\ \left. + 0/\sqrt{R_5/R_2} + 4/\sqrt{R_1/R_5} + 1/\sqrt{R_4/R_2} + 4/\sqrt{R_3/R_5} + \right. \\ \left. + 0/\sqrt{R_1/R_2} \right) / \left(2 \cdot \sqrt{R_3/R_4} + 0 \cdot \sqrt{R_2/R_5} + 0 \cdot \sqrt{R_5/R_3} + \right. \\ \left. + 0 \cdot \sqrt{R_2/R_1} + 3 \cdot \sqrt{R_4/R_1} + 3 \cdot \sqrt{R_2/R_3} + 2 \cdot \sqrt{R_5/R_4} + 3 \cdot \sqrt{R_5/R_1} + \right. \\ \left. + 0 \cdot \sqrt{R_2/R_4} + 0 \cdot \sqrt{R_1/R_3} + 0 \cdot \sqrt{R_4/R_5} + 1 \cdot \sqrt{R_1/R_4} + \right. \\ \left. + 4 \cdot \sqrt{R_3/R_2} + 0 \cdot \sqrt{R_4/R_3} + 2 \cdot \sqrt{R_3/R_1} + 3 \cdot \sqrt{R_5/R_2} + \right. \\ \left. + 0 \cdot \sqrt{R_1/R_5} + 1 \cdot \sqrt{R_4/R_2} + 1 \cdot \sqrt{R_3/R_5} + 0 \cdot \sqrt{R_1/R_2} \right)$$

Рис. 2 (продолжение. Начало на стр. 125)

Турция — Финляндия	1–3
Северная Ирландия — Молдавия	2–2
Северная Ирландия — Германия	0–3
Турция — Молдавия	2–0
Германия — Финляндия	2–0
Молдавия — Северная Ирландия	0–0
Германия — Молдавия	6–1
Финляндия — Турция	2–4
Молдавия — Финляндия	0–0
Финляндия — Германия	1–2
Северная Ирландия — Турция	0–3
Германия — Северная Ирландия	4–0
Молдавия — Турция	1–1
Финляндия — Северная Ирландия	4–1
Германия — Турция	0–0

2.1. Расчет рейтингов без учета воздействия фактора своего поля

Первоначально запишем систему уравнений, которую необходимо решить (рис.1).

Рассчитав систему уравнений, получим результаты (табл. 1)

2.2. Расчет рейтингов с учетом воздействия фактора своего поля

С учетом воздействия фактора своего поля система уравнений примет следующий вид (рис. 2).

Рассчитав систему уравнений, получим результаты (табл. 2)

Заключение

Полученные данные свидетельствуют об адекватности построенной модели и о возможности применения рейтинга для оценки результатов выступлений команд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Потемкин, Е. Л. Командный рейтинг / Е. Л. Потемкин // Хоккей 89/90. Москва. — 1989. — С. 21–23.

© Юшкин Владислав Николаевич (aup-volgau@yandex.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»