DOI 10.37882/2223-2966.2026.01.01

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФРАГМЕНТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФОВ

SOME APPROACHES TO BUILDING MODELS OF RAILWAY NETWORK FRAGMENTS USING GRAPHS

D. Advolotkin

Summary. The article is dedicated to the creation of mathematical models for analyzing the capacity of railway network segments, taking into account the capacity of such railway infrastructure objects as train stations, bridges, and rail segments. A comparative analysis of known literary sources forming the knowledge base in the field of transport network capacity research is conducted in the article. Original models are then proposed, aimed at identifying critical sections of networks and developing recommendations for their improvement. Various options for constructing graph models with parameters that have both deterministic and stochastic nature are considered. Simplified algorithms for calculating the capacity of railway segments using the described models are provided. The article concludes with findings and recommendations for implementing the models in the practices of military management authorities.

Keywords: graph, capacity, railway network, critical area, route, optimization.

Адволоткин Дмитрий Иванович
кандидат технических наук, Научно-исследовательский испытательный центр Железнодорожных войск Министерства обороны РФ, г. Москва
Advolotkin1@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена созданию математических моделей анализа пропускной способности фрагментов железнодорожной сети, учитывающих пропускную способность таких объектов железнодорожной инфраструктуры как железнодорожная станция, мост и перегон. В статье проводится сравнительный анализ известных литературных источников, формирующих базу знаний в области исследования пропускной способности транспортных сетей. Далее предлагаются оригинальные модели, предназначенные для выявления критических участков сетей и разработки предложений по их совершенствованию. Рассматриваются варианты построения графовых моделей, имеющих в своей структуре параметры, имеющие как детерминированную, так и стохастическую природу. Приводятся укрупненные алгоритмы производства расчётов пропускной способности железнодорожных участков с использованием описанных моделей. Завершается статья выводами и рекомендациями по внедрению моделей в практику органов военного управления.

Ключевые слова: граф, пропускная способность, железнодорожная сеть, критический участок, маршрут, оптимизация.

Железнодорожный транспорт играет ключевую роль в обеспечении экономического развития и безопасности страны, позволяя перемещать значительные объемы товаров и пассажиров. Эффективность работы инфраструктуры железнодорожного транспорта зависит от многих факторов, одним из важнейших среди которых является пропускная способность железнодорожных объектов. Современные условия требуют адекватных инструментов для анализа и своевременного реагирования на изменения актуальных параметров объектов железнодорожных сетей, влияющих на их пропускную способность.

Вопросы развития научного аппарата, ориентированного на оптимизацию пропускной способности транспортных сетей, активно изучались различными авторами. Среди них выделяются работы таких исследователей, как Балашевич Н.Н. и Петров Ю.П. [1], которые вводят теоретические основания для анализа транспортных сетей. Также важную роль играет исследование пропускной способности железнодорожных магистралей, проведенное Кириловым А.В. и Кириловым Д.А. [2]. Эти авторы развивают идеи анализа пропускной способности и делают упор на значимость комплексного подхода к управлению железнодорожными системами. Среди учебно-методических изданий особое внимание заслуживает пособие Бабкова В.Ф. и Потаповой Т.М. [3], в котором представлены основные подходы к организации железнодорожных перевозок и управлению транспортным процессом. Более специализированные исследования представлены Каргиным В.И. и Ивановым Е.С. [4], а также работой Фадеева Г.Н. и Костенко Б.Б. [5], которые глубоко погружаются в изучение графовых моделей и их приложений в анализе транспортных сетей.

Несмотря на значительный вклад вышеперечисленных авторов, остается необходимость разработки единой модели, интегрирующей существующие подходы и учитывающей основные параметры отдельных объектов железнодорожной инфраструктуры, оказывающих влияние на ее пропускную способность.

Целью настоящей работы является описание эффективной математической модели, ориентированной на автоматизированные системы поддержки принятия решения, функционирующие в интересах оперативного анализа текущей пропускной способности железнодорожной сети в границах заданного региона, в интересах выявления объектов оказывающих критическое влияние на пропускную способность, и формирования предложений по ее повышению. В основе решения задачи лежит разработка интегрированной графовой модели, объединяющей основные железнодорожные объекты.

В общем случае фрагмент сети железных дорог в границах выделенной зоны можно представить в виде ненаправленного графа g включающего в себя множество вершин V и множество ребер E. В рассматриваемой модели важно учитывать не только пропускную способность участков (перегонов), но и железнодорожных станций. Введем обозначения для характеристик пропускной способности каждой железнодорожной станции.

Обозначения:

V — множество вершин графа, представляющих железнодорожные станции, каждая вершина $v_i \in V$ имеет дополнительный атрибут — свою пропускную способность p_i.

Тогда каждая вершина будет формально представляется парой: $v_i = (s_i, p_i)$, где s_i — индекс железнодорожной станции, а p_i — ее пропускная способность.

Множество вершин при этом представлено в виде множества пар:

$$V = \{(s_1, p_1), (s_2, p_2), \ldots, (s_n, p_n)\},$$

где $n = |V|$ — количество вершин (станций).

E — множество ребер графа, каждый элемент которого представляет связь между двумя станциями. Ребро (v_i, v_j) показывает, что существует путь между станциями s_i и s_j.

Полный граф задается следующей конструкцией:

$$g = (V, E)$$

где:

$$V = \{(s_1, p_1), (s_2, p_2), \ldots, (s_n, p_n)\}$$

$$E = \{\{v_i, v_j\} : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$$

Множество ребер графа состоит из пар вершин, представленных как пары с заданной пропускной способностью:

$$E = \{\{(s_1, p_1), (s_2, p_2)\}\}$$

таких, что $i \neq j$.

Имеется три железнодорожные станции, соединенные между собой перегонами с соответствующими пропускными способностями:

Станция A с пропускной способностью 10 пар поездов в час (далее — п.п./ч).

Станция B с пропускной способностью 8 п.п./ч.

Станция C с пропускной способностью 12 п.п./ч.

Тогда множество вершин и ребер будет иметь вид:

$$V = \{(A, 10), (B, 8), (C, 12)\}$$

В том случае если станция B находится на перегоне между станциями A и C, то граф будет иметь вид:

$$E = \{\{(A, 10), (B, 8)\}, \{(B, 8), (C, 12)\}, \{(A, 10), (C, 12)\}\}$$

Такой подход позволяет дать полную картину рассматриваемой транспортно-инфраструктурной сети, включая важные показатели пропускной способности каждой железнодорожной станции. Но не будет возможности учитывать пропускную способность железнодорожных мостов, находящихся на рассматриваемой сети. Для устранения того недостатка зададим другой граф, со следующими основными понятиями:

Вершина: каждая вершина представляет собой отдельную станцию и обладает параметром пропускной способности. Формат представления вершин при этом будет оставаться прежним:

$$v_i = (s_i, p_i)$$

где: s_i — индекс железнодорожной станции.

p_i — пропускная способность станции.

А ребра (перегоны между станциями) разделим на два типа:

Межстанционный перегон, на котором находится мост с заданной пропускной способностью:

$$e_{ij}^m = ((v_i, v_j), q_{ij})$$

где: v_1, v_2 — станции, соединяемые железнодорожным мостом.

q_{ij} — пропускная способность железнодорожного моста между станциями.

Перегон без моста с заданной пропускной способностью:

$$e_{ij}^{a} = \left(\left(v_i, v_j\right), r_{ij}\right)$$

где: v_1, v_2 — станции, соединяемые перегоном.

r_{ij} — пропускная способность перегона между станциями.

В таком случае полное определение графа будет иметь вид:

$$g = \left(V, E_m, E_a\right)$$

где: $V = \left\{\left(s_1, p_1\right), \left(s_2, p_2\right), \ldots, \left(s_n, p_n\right)\right\}$ — множество вершин (станций).

$E_m = \left\{\left\{\left(v_i, v_j\right), q_{ij}\right\}\right\}_{i \neq j}$ — множество ребер-мостов с показателями пропускной способности.

$E_a = \left\{\left\{\left(v_i, v_j\right), r_{ij}\right\}\right\}_{i \neq j}$ — множество ребер-перегонов, на которых нет железнодорожных мостов с показателями пропускной способности.

Рассмотрим пример такого графа:

$$V = \left\{\left(A, 10\right), \left(B, 8\right), \left(C, 12\right), \left(D, 15\right)\right\}$$

где:

Станция A с пропускной способностью 10 п.п./ч.

Станция B с пропускной способностью 8 п.п./ч.

Станция C с пропускной способностью 12 п.п./ч.

Станция D с пропускной способностью 15 п.п./ч.

Предположим, что между станциями имеются следующие связи:

Перегоны, на которых расположены железнодорожные мосты:

$$E_m = \left\{\left\{\left(A, B\right), 5\right\}, \left\{\left(B, C\right), 6\right\}, \left\{\left(C, D\right), 8\right\}\right\}$$

где:

Мост на перегоне A и B с пропускной способностью 5 п.п./ч.

Мост на перегоне B и C с пропускной способностью 6 п.п./ч.

Мост на перегоне и C и D с пропускной способностью 8 п.п./ч.

Перегоны, на которых нет железнодорожных мостов:

$$E_a = \left\{\left\{\left(A, C\right), 3\right\}, \left\{\left(B, D\right), 4\right\}\right\}$$

где:

Перегон A и C с пропускной способностью 3 п.п./ч.

Перегон B и D с пропускной способностью 4 п.п./ч.

В таком случае граф будет иметь следующий вид

$$g = \left\{\begin{array}{l} \left\{\left(\quad, 10\right), \left(\,', 8\right), \left(C, 12\right), \left(D, 15\right)\right\}, \left\{\left(A, B\right), 5\right\}, \\ \left\{\left(B, C\right), 6\right\}, \left\{\left(C, D\right), 8\right\}, \left\{\left(A, C\right), 3\right\}, \left\{\left(B, D\right), 4\right\} \end{array}\right\}$$

Такое представление железнодорожной сети позволяет определять максимальную пропускную способность маршрутов равную

$$min\left\{p_{\text{нач}}, p_{\text{кон}}, a_{\text{пер}}, r_{\text{мост}}\right\},$$

где:

$p_{\text{нач}}$ — пропускная способность начальной станции.

$p_{\text{кон}}$ — пропускная способность конечной станции.

$a_{\text{пер}}$ — пропускная способность перегонов.

$r_{\text{мост}}$ — пропускная способность мостов.

Так для приведенного примера, при расчёте максимальной пропускной способности на маршруте $A \rightarrow C \rightarrow D$, получим:

Пропускная способность начальной станции A 10 пар поездов в час.

Пропускная способность промежуточной станции C 12 п.п./ч.

Пропускная способность конечной станции D 15 п.п./ч.

Пропускная способность перегона A и C 3 п.п./ч.

Пропускная способность моста между станциями C и D 8 пар п.п./ч.

$$min\left\{10, 15, 12, 3, 8\right\} = 3$$

Соответственно максимальная пропускная способность на маршруте $A \rightarrow C \rightarrow D$ составляет 3 пары поездов в час, а критическим участком маршрута является перегон *А — С,* имеющий пропускную способность 3 п.п./ч.

Описанная модель не вполне соответствует реальности, в которой пропускная способность железнодорожных объектов есть величина вероятностная, зависящая от множества внешних факторов, и описанная модель не в полной мере соответствует объекту моделирования. При введении вероятностных характеристик пропускных способностей на маршруте возникает задача оценки вероятности достижения заданной пропускной способности. Для этого можно использовать комбинированный подход, основанный на правилах умножения вероятностей для последовательных событий [6].

Такой подход к построению моделей исследован рядом авторов, так в работе Колцовой О.В. и Лобанова К.А. [7] выполнен общий анализ надежности транспортных сетей, с использованием стохастических графовых моделей. В работе основное внимание уделяется оценке отказоустойчивости и рисков на основе вероятностных характеристик. Она содержит общую оценку надежности и устойчивости сети в целом, тогда как наша задача нацелена на анализ пропускной способности и идентификацию критических объектов на заданном участке.

В работе Муратовской Н.С., Семенова М.Ю. [8] ставится задача оптимизации транспортных сетей с использованием стохастических графов. Основная идея — максимизировать эффективность использования ресурсов при учете случайных возмущений. При этом делается акцент на оптимальное распределение ресурсов и решение задач планирования, а не оперативного анализа пропускной способности с целью выявления «узких» мест.

Работа Воробьева Д.К., Макарова и В.Л.Основой [9] посвящена разработке методов анализа стохастически определяемых сетевых структур. Главное внимание уделяется методикам построения и анализа таких сетей. Но в работе в недостаточной мере раскрываются практические рекомендации по приложению стохастических графов для оценки пропускной способности.

Уточним постановку задачи: необходимо оценить вероятность того, что маршрут движения поездов обеспечит требуемую пропускную способность, учитывая случайные вариации пропускных способностей станций, железнодорожных участков и мостов.

Предположим, что на железнодорожном участке необходимо обеспечить минимальную пропускную способность W^*. Соответственно требуется оценить вероятность события $P\left(W \geq W^*\right)$.

Рассмотрим простой участок из трех последовательно расположенных станций *A, B, C*, соединённых перегонами на некоторых из которых есть мосты. Для каждой составляющей маршрута известны вероятностные распределения пропускных способностей.

Общая пропускная способность участка *W* находится в зависимости от пропускных способностей отдельных объектов на участке:

$$W = min\left(P_A, Q_{AB}, P_B, Q_{BC}, P_C\right)$$

где:

P_A, P_B, P_C — пропускные способности станций *A, B, C*.

Q_{AB}, Q_{BC} — пропускные способности железнодорожных мостов на перегонах между станциями *A–BA–B* и *B–CB–C*.

Выполним оценку вероятности $P\left(W \geq W^*\right)$:

Используя правило произведения вероятностей независимых событий [6], получаем:

$$P\left(W \geq W^*\right) = P\left(P_A \geq W^*\right) \cdot P\left(Q_{AB} \geq W^*\right) \cdot$$

$$\cdot P\left(P_B \geq W^*\right) \cdot P\left(Q_{BC} \geq W^*\right) \cdot P\left(P_C \geq W^*\right)$$

где: $P\left(X > Y\right)$ — вероятность того, что *X* превышает порог *Y*.

Особенности анализа пропускной способности железнодорожного участка с использованием описанной модели: если на участке присутствуют перегоны без железнодорожных мостов, их пропускные способности суммируются с соответствующим весом вероятности:

$$P\left(R_{AC} \geq W^*\right) = \sum_{r_{ac}} P\left(r_{ac}\right) \cdot I\left(r_{ac} \geq W^*\right)$$

где $I\left(x\right)$ — индикаторная функция, принимающая значение 1, если условие выполнено, и 0 — в противном случае.

В таком случае алгоритм вычисления пропускной способности железнодорожного участка предполагает вычисление соответствующей вероятности для каждой возможной комбинации значений пропускных способностей участка:

$$P\left(W \geq W^*\right) = \prod_j P\left(Z_j \geq W^*\right)$$

где Z_j — любая составляющая железнодорожного участка (станция, мост, железнодорожный перегон).

Пример построения модели железнодорожного участка. Дано распределение пропускных способностей железнодорожных станций:

$$A : \left\{10 : \frac{1}{4}, 12 : \frac{1}{4}, 14\frac{1}{4}, 16\frac{1}{4}\right\}$$

$$B : \left\{8 : \frac{1}{4}, 10 : \frac{1}{4}, 12\frac{1}{4}, 14\frac{1}{4}\right\}$$

$$C : \left\{12 : \frac{1}{4}, 14 : \frac{1}{4}, 16\frac{1}{4}, 18\frac{1}{4}\right\}$$

Распределение пропускных способностей мостов:

$$AB : \left\{5 : \frac{1}{4}, 6 : \frac{1}{4}, 7\frac{1}{4}, 8\frac{1}{4}\right\}$$

$$BC : \left\{6 : \frac{1}{4}, 7 : \frac{1}{4}, 8\frac{1}{4}, 9\frac{1}{4}\right\}$$

Требуется оценить вероятность того, что железнодорожный участок обеспечит пропускную способность $W^* \geq 10$.

Решение:

вероятность $P(A \geq 10) = \frac{3}{4}$

вероятность $P(AB \geq 10) = 0$

вероятность $P(B \geq 10) = \frac{1}{2}$

вероятность $P(BC \geq 10) = \frac{1}{4}$

вероятность $P(C \geq 10) = 1$

Итоговая оценка:

$$P(W \geq 10) = \frac{3}{4} \cdot 0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = 0$$

Достижение пропускной способности 10 невозможно из-за недостаточной пропускной способности моста на перегоне *A–B*.

Анализ вариантов применения различных типов графовых моделей для определения пропускной способности железнодорожной сети выявил их преимущества и недостатки, в качестве объекта исследования выступали классические и стохастические графы. При этом было определено, что классическая модель подходит для анализа фиксированных параметров пропускной способности, её основное преимущество заключается в прозрачности расчетов и удобстве визуализации. Такая модель полезна для начального этапа анализа и планирования простых транспортных сетей.

Стохастическая модель учитывает вероятностные характеристики, что дает возможность более глубокого исследования нестабильных условий и позволяет снизить риски потерь при принятии управленческих решений. Модель будет предпочтительнее для крупных и сложных транспортных систем, подверженных значительным колебаниям интенсивности движения в условиях воздействия внешних факторов.

Проведенные исследования позволяют сформулировать следующие предложения по практическому применению описанных моделей. При формировании мероприятий направленных на повышение живучестей (пропускной способности) железнодорожных участков обе модели позволяют разрабатывать предложения в планы мероприятий направленных на устранение узких мест и повышение общей пропускной способности направлений. В качестве инструмента управления рисками. Стохастическая модель способна снижать риски потери устойчивости железнодорожной сети в границах заданного региона, позволяя заблаговременно предусматривать сбои и формировать рекомендации как по перенаправлению потоков грузоперевозок, так и по первичным (наиболее важным) объектам восстановления пропускной способности.

При автоматизации задач поддержки принятия решений в составе программного обеспечения анализа графов упрощает работу инженерного состава и должностных лиц органов управления, помогая получать оценку пропускной способности на заданных направлениях перевозок. При этом возможна реализация в составе систем мониторинга и прогнозирования, обеспечивающих постоянный контроль состояния инфраструктуры железнодорожного транспорта для своевременного принятия решений по восстановлению (повышению) пропускной способности железнодорожной сети в границах заданного региона.

В качестве одной из подсистем, интегрированных с системами отслеживания места расположения транспортов в режиме реального времени дает возможность объединения графовых моделей с современными технологиями слежения за состоянием транспорта и инфраструктуры с обеспечением повышения точности прогнозных оценок и снижения затрат на эксплуатацию.

Выбор подходящей графовой модели зависит от масштаба задачи, характера данных и требований к детализации. Применение таких моделей на практике обеспечит повышение эффективности функционирования подсистемы железнодорожного транспорта в общей транспортной систем региона и позволит вырабатывать обоснованный перечень мероприятий направленных на снижение временных и ресурсных издержек, и рост пропускной способности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балашевич Н.Н., Петров Ю.П. «Транспортные сети и управление ими». Издательство МГУ, 2012.
2. Кирилов А.В., Кирилов Д.А. «Методология исследования пропускной способности железнодорожных магистралей». Издательство Политехнического университета, 2015.
3. Бабков В.Ф., Потапова Т.М. «Организация перевозок и управление транспортом». Инфра-М, 2017.
4. Каргин В.И., Иванов Е.С. «Управление качеством функционирования железнодорожной инфраструктуры». Журнал Московского Университета, 2018.
5. Фадеев Г.Н., Костенко Б.Б. «Теория транспортных сетей». Наука, 2016.
6. Белько, И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи / И.В. Белько, Г.П. Свирид. — Минск: Новое знание, 2007. — 251 с.
7. Колцова О.В., Лобанов К.А. Стохастические графовые модели для анализа надёжности транспортных сетей // Труды международного семинара «Информационные технологии и математическое моделирование», 2015. DOI: https://doi.org/10.1109/ITMM.2015.7341716.
8. Муратовская Н.С., Семёнов М.Ю. Стохастические графовые модели для решения оптимизационных задач в транспортных сетях // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления, № 3, 2018. ISSN: 2587–6057.
9. Воробьёв Д.К., Макаров В.Л. Вероятностные методы в стохастически определяемых сетевых структурах // Проблемы современной транспортной логистики, т. 8, № 4, 2017. ISSN: 2227–9471.