

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ УГЛОВ ЭЙЛЕРА ДЛЯ ДВИГАТЕЛЕЙ ТРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

MATHEMATICAL MODEL OF SEARCHING FOR OPTIMAL EULER ANGLES FOR THREE-LINK MANIPULATOR ENGINES

V. Petrenko
F. Tebuueva
V. Antonov
M. Gurchinsky

Summary. This paper presents the solution of the inverse problem of kinematics for three-member anthropomorphic manipulators with 7 degrees of mobility in the example of domestic robots of the AR-601, SAR-401, Fedor series.

For the solution, a mathematical model has been developed for the search for optimal Euler angles for three-link anthropomorphic manipulator engines based on the given coordinates of nodal points. These angles are given in a matrix form by the Denavite-Hartenberg representation. Obtaining optimal values by the criterion of minimizing energy consumption is achieved by solving the problem of nonlinear optimization by the method of generalized reduced gradient.

Keywords: inverse problem of kinematics, manipulator of anthropomorphic robot, Euler angles, Denavite-Hartenberg representation, generalized reduced gradient.

Петренко Вячеслав Иванович

К.т.н., доцент, ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь

Тебуева Фариза Билялона

Д.ф.-м.н., доцент, ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь

Антонов Владимир Олегович

*Аспирант, ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь
Ant.vl.02@gmail.com*

Гурчинский Михаил Михайлович

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь

Аннотация. В данной статье представлено решение обратной задачи кинематики для трехзвенных антропоморфных манипуляторов с 7-ю степенями подвижности на примере отечественных роботов серии AR-601, SAR-401, Fedor.

Для решения разработана математическая модель поиска оптимальных углов Эйлера для двигателей трехзвенного антропоморфного манипулятора по заданным координатам узловых точек. Данные углов приведены в матричный вид представлением Денавита-Хартенберга. Получение оптимальных значений по критерию минимизации энергопотребления достигается за счет решения задачи нелинейной оптимизации методом обобщенного приведенного градиента.

Ключевые слова: обратная задача кинематики, манипулятор антропоморфного робота, углы Эйлера, представление Денавита-Хартенберга, обобщенный приведенный градиент.

Введение

Современный период научно-технического развития в мире характеризуется непрерывным ростом спроса на робототехнические технологии. В 2000 году мировые продажи роботов составили около 100000 единиц. Уже к 2014 году этот показатель превысил отметку в 200000 единиц, а в 2017 году рынок вырос еще до 340000 единиц [1;2]. Данные тенденции развития робототехники обусловлены необходимостью замены человеческого труда в потенциально опасных областях деятельности, сопровождаемых угрозой причинения вреда здоровью человека. Для частичной или полной замены человека необходим высокий уровень развития робототехнических систем, включающий в себя как программную, так и аппаратную составляющую робота. Таким образом, перед исследователями стоит ряд задач повышения эффективности использования модулей антропоморфного

робота, к которым можно отнести и исполнительные устройства — манипуляторы.

Для использования манипуляторов робота идет постоянная разработка и модификация системы управления движением [3]. К показателям эффективности данной системы относится скорость выполнения операций, точность и энергоэффективность. Инструментарий системы управления основан на методах решения прямой и обратной задачи кинематики.

Современные методы решения прямой и обратной задачи кинематики манипуляторов не используют комплексный подход, и чаще направлены на поиск допустимого решения задачи, а не оптимального [4]. Поэтому, для обеспечения высоких показателей эффективности использования антропоморфных манипуляторов, необходима разработка методов решения обратной задачи кинематики с использованием оптимизационных алгоритмов [5;6].

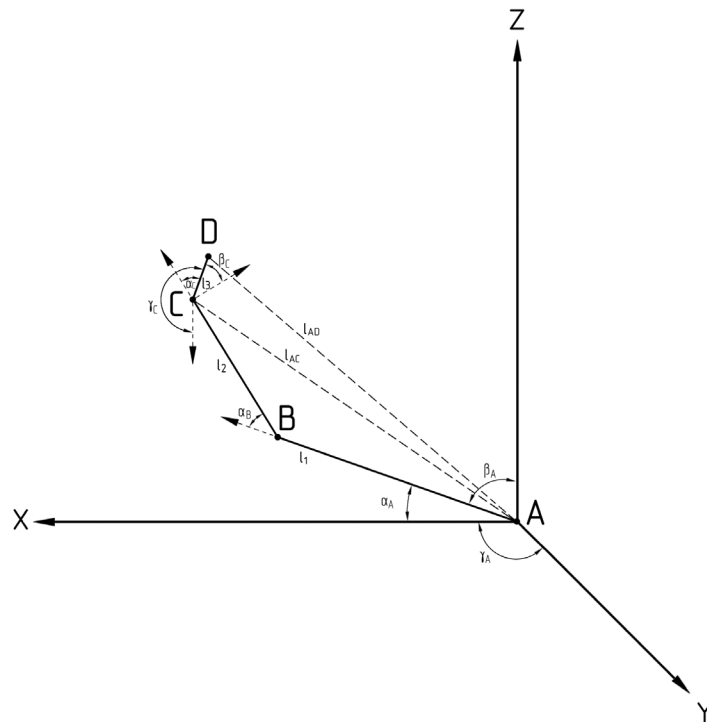


Рис. 1. Схема трехзвенного манипулятора антропоморфного робота с 7-ю степенями подвижности

В данной статье приведено решение обратной задачи кинематики манипуляторов с критерием минимизации энергопотребления. Для этого была разработана математическая модель поиска оптимальных углов Эйлера для двигателей трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности на основе решения задачи нелинейной оптимизации.

Постановка задачи

Пусть M — манипулятор антропоморфного робота, состоящий из 3-х звеньев с 7-ю степенями подвижности (рисунок 1). Приведенная геометрическая схема подобна схеме руки человека.

Согласно рисунку 1 расстояния $l_i, i = 1, \dots, 3$ — длины звеньев манипулятора M ; точки A, B, C, D — плечевой, локтевой, лучезапястный и кистевой узлы манипулятора соответственно, таким образом звеньям AB, BC и CD соответствуют расстояния l_1, l_2, l_3 ; $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C$ — углы Эйлера двигателей для поворота звеньев l_1, l_2, l_3 манипулятора M по оси OX ; $\beta_A, \beta_B, \beta_C$ — углы Эйлера двигателей для поворота звеньев l_1, l_2, l_3 манипулятора M по оси OY ; γ_A — угол Эйлера двигателей для поворота звена l_1 манипулятора по оси OZ .

Задача поиска углов Эйлера для двигателей манипулятора M заключается в расчете неизвестных углов $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \beta_A, \beta_B, \beta_C, \gamma_A$, на которые необходимо сместить (вращать) звенья для достижения точки эффектора, при заданных значениях длин l_1, l_2, l_3 и заданных координатах плечевого и кистевого (конечного) узла манипулятора $A = (x_A; y_A; z_A); D = (x_D; y_D; z_D)$.

Разработка математической модели

Составим математическую модель перевода координат узловых точек манипулятора с 7-ю степенями подвижности, имеющего кинематическую схему, подобную схеме руки человека в углы Эйлера для его звеньев.

Матрица координат звеньев манипулятора имеет вид:

$$M = \begin{pmatrix} A_x & B_x & C_x & D_x \\ A_y & B_y & C_y & D_y \\ A_z & B_z & C_z & D_z \end{pmatrix}. \tag{1}$$

В силу специфики геометрической схемы, с некоторыми вводимыми допущениями, методами аналитиче-

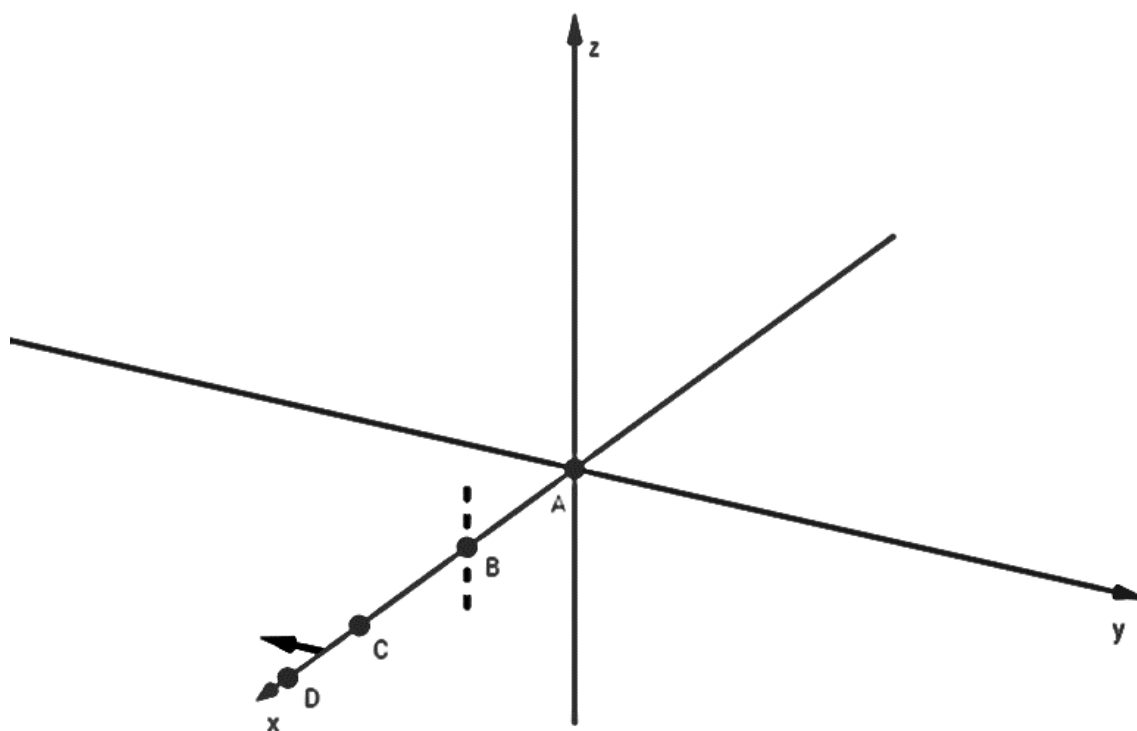


Рис. 2. Исходное положение манипулятора

ской геометрии возможно однозначное нахождение по данным координатам и геометрической схеме углов Эйлера для соответствующих звеньев.

Пусть изначально весь манипулятор «вытянут» вдоль оси Ox так, что ось вращения локтевого сустава направлена вдоль оси Oz , а «ладонь» манипулятора повернута в направлении, противоположном оси Oy , как показано на рисунке 2.

Для описания вращения звена AB воспользуемся системой углов Эйлера с последовательностью $z - x' - z''$.

Рассмотрим плоскости вращения звеньев манипулятора. Т.к каждая плоскость имеет две нормали, назовем «положительной» ту из них, вращение вокруг которой в положительном направлении соответствует положительному направлению углов Эйлера и обозначим её символом «*».

В случае, если векторы \vec{AB} и \vec{BC} неколлинеарны, нормаль плоскости собственного вращения звена AB можно найти по следующей формуле:

$$\vec{n}_{AB\gamma} = \vec{AB} \times \vec{BC}$$

Если векторы \vec{AB} и \vec{BC} коллинеарны, для минимизации энергопотребления нормаль можно принять равной:

$$\vec{n}_{AB\gamma} = \vec{i} \times \vec{BC}$$

В случае, если помимо коллинеарности между собой, \vec{AB} и \vec{BC} также коллинеарны с осью Ox , плоскость вращения совпадает с плоскостью прецессии (xOy):

$$\vec{n}_{AB\gamma} = \vec{k}$$

Найдем «положительную» нормаль:

$$\vec{n}_{AB\gamma}^* = \begin{cases} \vec{n}_{AB\gamma}, & \text{если } n_{AB\gamma z} \geq 0, \\ -\vec{n}_{AB\gamma}, & \text{если } n_{AB\gamma z} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Вектор нормали для плоскости нутации:

$$\vec{n}_{AB\beta} = \vec{n}_{AB\alpha} \times \vec{n}_{AB\gamma} \quad (6)$$

В случае, если $\vec{n}_{AB\alpha}$ и $\vec{n}_{AB\gamma}$ коллинеарны, $\vec{n}_{AB\beta} = \vec{i}$.

Выбор «положительной» нормали:

$$\vec{n}_{AB\beta}^* = \begin{cases} \vec{n}_{AB\beta}, & \text{если } n_{AB\beta y} \geq 0, \\ -\vec{n}_{AB\beta}, & \text{если } n_{AB\beta y} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

После определения векторов «положительных» нормалей можно в единообразной манере определить все три угла по следующим формулам:

$$|\alpha_{AB}| = \frac{\vec{i} \cdot \vec{n}_{AB\beta}^*}{\vec{i} \cdot \vec{n}_{AB\beta}^*}. \quad (8)$$

$$\text{sign}(\alpha_{AB}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{n}_{AB\beta}^* \uparrow \vec{n}_{AB\alpha}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{n}_{AB\beta}^* = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{n}_{AB\beta}^* \downarrow \vec{n}_{AB\alpha}^*. \end{cases} \quad (9)$$

$$|\beta_{AB}| = \frac{\vec{n}_{AB\alpha}^* \cdot \vec{n}_{AB\gamma}^*}{\vec{n}_{AB\alpha}^* \cdot \vec{n}_{AB\gamma}^*}. \quad (10)$$

$$\text{sign}(\beta_{AB}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\alpha}^* \times \vec{n}_{AB\gamma}^* \uparrow \vec{n}_{AB\beta}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\alpha}^* \times \vec{n}_{AB\gamma}^* = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{n}_{AB\alpha}^* \times \vec{n}_{AB\gamma}^* \downarrow \vec{n}_{AB\beta}^*. \end{cases} \quad (11)$$

$$|\gamma_{AB}| = \frac{\vec{n}_{AB\beta}^* \cdot \vec{AB}}{\vec{n}_{AB\beta}^* \cdot \vec{AB}}. \quad (12)$$

$$\text{sign}(\gamma_{AB}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{AB} \uparrow \vec{n}_{AB\gamma}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{AB} = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{AB} \downarrow \vec{n}_{AB\gamma}^*. \end{cases} \quad (13)$$

Найдем углы Эйлера для звена BC. Исходя из вращения звеньев AB и BC очевидно, что $\alpha_{BC} = \alpha_{AB}$ и $\beta_{BC} = \beta_{AB}$.

Для нахождения угла собственного вращения воспользуемся формулами, аналогичными полученными ранее:

$$\gamma_{BC} = \frac{\vec{n}_{AB\beta}^* \cdot \vec{BC}}{\vec{n}_{AB\beta}^* \cdot \vec{BC}}$$

$$\text{sign}(\gamma_{BC}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{BC} \uparrow \vec{n}_{AB\gamma}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{BC} = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{n}_{AB\beta}^* \times \vec{BC} \downarrow \vec{n}_{AB\gamma}^*. \end{cases} \quad (14)$$

Для описания вращения звена CD удобнее воспользоваться последовательностью углов Эйлера $x - y' - z''$, также известной, как система крен (α) — рысканье, (β) — тангаж (γ).

В отличие от пары звеньев AB и BC, на данное звено не накладываются никакие ограничения, таким образом, имеется бесконечное множество решений. Упрощенно примем, что двигатель крена, как самый энергозатратный, не должен включаться в работу, таким образом, угол крена звена CD (α_{CD}) равен углу нутации предыдущего звена BC (β_{BC}).

→ Нормаль плоскости крена совпадает с ортом оси Ox: $\vec{n}_{CD\alpha}^* = \vec{i}$

Нормаль плоскости рысканья:

$$\vec{n}_{CD\beta}^* = (\cos(\alpha_{CD}), \sin(\alpha_{CD}), 0). \quad (15)$$

Вектор нормали плоскости тангажа:

$$\vec{n}_{CD\gamma}^* = \vec{n}_{CD\beta}^* \times \vec{CD} \quad (16)$$

$$\vec{CD}_1 = \begin{cases} \vec{n}_{CD\gamma}^* \times \vec{n}_{CD\beta}^*, \text{ если } (\vec{n}_{CD\gamma}^* \times \vec{n}_{CD\beta}^*)_x \geq 0, \\ -\vec{n}_{CD\gamma}^* \times \vec{n}_{CD\beta}^*, \text{ если } (\vec{n}_{CD\gamma}^* \times \vec{n}_{CD\beta}^*)_x < 0. \end{cases} \quad (17)$$

«Положительная» нормаль плоскости тангажа:

$$\vec{n}_{CD\gamma}^* = \vec{n}_{CD\beta}^* \times \vec{CD}_1 \quad (18)$$

Определим углы рысканья (β_{CD}) и тангажа (γ_{CD}):

$$\gamma_{AB} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{CD}_1}{\vec{i} \cdot \vec{CD}_1};$$

$$\text{sign}(\beta_{CD}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{CD}_1 \uparrow \vec{n}_{CD\beta}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{CD}_1 = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{i} \times \vec{CD}_1 \downarrow \vec{n}_{CD\beta}^*. \end{cases} \quad (19)$$

$$\gamma_{AB} = \frac{\vec{CD}_1 \cdot \vec{CD}}{\vec{CD}_1 \cdot \vec{CD}};$$

$$\text{sign}(\gamma_{CD}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \vec{CD}_1 \times \vec{CD} \uparrow \vec{n}_{CD\gamma}^*, \\ 1, \text{ если } \vec{CD}_1 \times \vec{CD} = 0, \\ -1, \text{ если } \vec{CD}_1 \times \vec{CD} \downarrow \vec{n}_{CD\gamma}^*. \end{cases} \quad (20)$$

Аналогично можно найти углы крена рысканья и тангажа вектора \vec{BC} , с той лишь разницей, что угол крена определен и равен углу нутации.

Полученные углы Эйлера справедливы для независимого движения звеньев, однако, так как они связаны в кинематическую цепь, вращение предыдущего звена передается последующим. Таким образом, в двигатели должны передаваться разницы между углами при независимом движении:

$$\alpha_A = \alpha_{AB}; \beta_A = \beta_{AB}; \gamma_A = \gamma_{AB};$$

$$\alpha_B = \alpha_{BC} - \alpha_{AB} = 0; \beta_B = \beta_{BC} - \beta_{AB} = 0$$

$$\gamma_B = \gamma_{BC} - \gamma_{AB}; \alpha_C = \alpha_{CD} - \alpha_{BC}^*;$$

$$\beta_C = \beta_{CD} - \beta_{BC}^*; \gamma_C = \gamma_{CD} - \gamma_{BC}^*. \quad (21)$$

где $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ — углы Эйлера для приводов в-м сочлени; $\alpha_{i'}, \beta_{i'}, \gamma_{i'}$ — углы прецессии, нутации и собственно-

го вращения звена IJ , соответственно; α_{IJ}^* , β_{IJ}^* , γ_{IJ}^* — углы крена, рысканья и тангажа звена IJ , соответственно.

Таким образом, представленная модель позволяет вычислить углы Эйлера звеньев манипулятора по заданным координатам узловых точек.

Для некоторых приложений полученных координат может потребоваться матричное представление Дена-Вита-Хартенберга данной кинематической схемы.

Для получения матрицы преобразования A_A^0 из системы координат сочленения A в глобальную систему координат необходимо выполнить элементарные вращения согласно последовательности $z - x' - z''$ углов Эйлера (22).

Аналогичные преобразования из системы координат сочленения B в координаты сочленения A и из системы координат сочленения C в систему координат сочленения B имеют вид (23), (24).

Для получения матрицы преобразования из системы координат сочленения C в глобальную систему координат необходимо последовательно применить приведенные выше преобразования:

$$A_C^0 = A_A^0 A_B^A A_C^B \quad (25)$$

Таким образом, по результатам расчета будут получены углы Эйлера двигателей для поворота звеньев манипулятора

$$M_{\alpha\beta\gamma} = \begin{matrix} \alpha_A & \alpha_B & \alpha_C \\ \beta_A & \beta_B & \beta_C \\ \gamma_A & 0 & 0 \end{matrix} \quad (26)$$

Произведем вычисление углов ориентации звеньев манипулятора. Для этого решим задачу нелинейной оптимизации. Рассмотрим один из возможных методов — метод обобщенного приведенного градиента.

Метод обобщенного приведенного градиента (ОПГ) это численный метод нелинейной оптимизации. Он является развитием метода приведенного градиента и используется для решения задач нелинейного программирования при нелинейных функциях-ограничениях.

Метод ОПГ используют если задача нелинейного программирования задана в виде минимизации некоторой функции $F(x)$ при условиях $h_i(x) = 0, i = \overline{1, m}$, $l_j \leq x_j \leq u_j, j = \overline{1, n}$. В методе различают две группы переменных: подмножество базисных переменных $x_B = \{x_i\}, i \in I$ и подмножество небазисных, или независимых переменных $x_H = \{x_j\}, j \notin I$. Данный метод нелинейной оптимизации построен таким образом, что базисные переменные неявным образом определяются через независимые.

Основная идея метода ОПГ состоит в том, чтобы сократить размерность задачи путем исключения зависимых (базисных) переменных и применить метод приведенного градиента для определения направления спуска и в качестве критерия при установлении опти-

$$A_A^0 = R_z(\alpha_A) \cdot R_x(\beta_A) \cdot R_z(\gamma_A) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_A) \cos(\gamma_A) - \sin(\alpha_A) \cos(\beta_A) \sin(\gamma_A) & -\cos(\alpha_A) \sin(\gamma_A) - \sin(\alpha_A) \cos(\beta_A) \cos(\gamma_A) & \sin(\alpha_A) \sin(\beta_A) & 0 \\ \sin(\alpha_A) \cos(\gamma_A) + \cos(\alpha_A) \cos(\beta_A) \sin(\gamma_A) & -\sin(\alpha_A) \sin(\gamma_A) + \cos(\alpha_A) \cos(\beta_A) \cos(\gamma_A) & -\cos(\alpha_A) \sin(\beta_A) & 0 \\ \sin(\beta_A) \sin(\gamma_A) & \sin(\beta_A) \cos(\gamma_A) & \cos(\beta_A) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$A_B^A = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_B) & -\sin(\gamma_B) & 0 & l_{AB} \\ \sin(\gamma_B) & \cos(\gamma_B) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$A_C^B = \begin{bmatrix} \cos(\beta_C) \cos(\gamma_C) & -\cos(\beta_C) \sin(\gamma_C) & \sin(\beta_C) & 0 \\ -\sin(\alpha_C) \sin(\beta_C) \cos(\gamma_C) + \cos(\alpha_C) \sin(\gamma_C) & \sin(\alpha_C) \sin(\beta_C) \sin(\gamma_C) + \cos(\alpha_C) \cos(\gamma_C) & -\sin(\alpha_C) \cos(\beta_C) & 0 \\ -\cos(\alpha_C) \sin(\beta_C) \cos(\gamma_C) + \sin(\alpha_C) \sin(\gamma_C) & \cos(\alpha_C) \sin(\beta_C) \sin(\gamma_C) + \sin(\alpha_C) \cos(\gamma_C) & -\cos(\alpha_C) \cos(\beta_C) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Таблица 1. Координаты исходного и конечного положения звеньев манипулятора

Исходное положение, координаты				
	A1	B1	C1	D1
X	0,000	1,000	2,000	3,000
Y	0,000	1,000	2,000	3,000
Z	0,000	1,000	2,000	3,000
Конечное положение, координаты				
	A2	B2	C2	D2
X	0,000	B2_X	C2_X	2,000
Y	0,000	B2_Y	C2_Y	2,000
Z	0,000	B2_Z	C2_Z	2,000

Таблица 2. Углы Эйлера для двигателей манипулятора в начальном и конечном положении, и их разница

Углы Эйлера для двигателей в начальном положении				
	Альфа	Бета	Гамма	
AB	0,000	45,000	54,736	(z-x-z)
BC	0,000	0,000	0,000	(z-x-z)
CD	0,000	0,000	0,000	(x-y-z)
Углы Эйлера для двигателей в конечном положении				
	Альфа	Бета	Гамма	
AB_1				(z-x-z)
BC_1				(z-x-z)
CD_1				(x-y-z)
Изменения углов Эйлера для двигателей				
	Альфа	Бета	Гамма	
AB				
BC				
CD				

Таблица 3. Усредненная потребляемая мощность двигателей

Усредненная потребляемая мощность двигателей							
P _{уср}	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
N	5	3	4	5	7	4	7

мальности. Для решения поставленной задачи методом ОПГ воспользуемся надстройкой «поиск решения» пакета Microsoft Office Excel.

Целевая функция для задачи нелинейной оптимизации формируется из условия минимального энергопотребления двигателей при повороте звеньев манипулятора.

В формуле представлен вид усредненных показатели мощности потребляемого электрического тока для двигателей шарниров.

$$P_{\text{уср}} = [P_1(\alpha_A); P_2(\beta_A); P_3(\gamma_A); P_4(\alpha_B); P_5(\beta_B); P_6(\alpha_C); P_7(\beta_C)] \quad (27)$$

Целевая функция оптимизации выводит суммарную потребляемую мощность двигателей при выполнении перемещения манипулятора в заданную точку.

$$\alpha_A * P_1(\alpha_A) + \alpha_B * P_4(\alpha_B) + \alpha_C * P_6(\alpha_C) + \beta_A * P_2(\beta_A) + \beta_B * P_5(\beta_B) + \beta_C * P_7(\beta_C) +$$

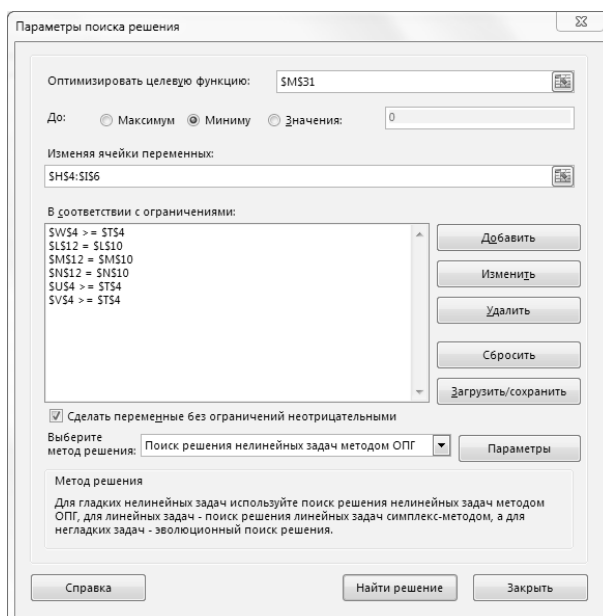


Рис. 3. Запуск надстройки «Поиск решения»

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Исходное положение					Конечное положение					Оптимизация			
2	Координаты					Координаты					Изменение углов шаговых двигателей			
3		A	B	C	D		A	B	C	D		Альфа	Бета	Гамма
4	X	0,000	1,000	2,000	3,000	X	0,000	0,773	0,773	2,000	AB	1,972	21,923	7,972
5	Y	0,000	1,000	2,000	3,000	Y	0,000	0,630	1,310	2,000	BC	0,000	0,000	26,504
6	Z	0,000	1,000	2,000	3,000	Z	0,000	1,416	3,009	2,000	CD	0,000	0,000	-112,306
7														
8	Углы Эйлера для двигателей					Углы Эйлера для двигателей					Ограничения			
9		Альфа	Бета	Гамма			Альфа	Бета	Гамма			I_1_a	I_2_a	I_3_a
10	AB	0,000	45,000	54,736	(z-x-z)	AB	1,972	66,923	62,707	(z-x-z)		1,732051	1,732051	1,732051
11	BC	0,000	0,000	0,000	(z-x-z)	BC	0,000	0,000	26,504	(z-x-z)		I_1_b	I_2_b	I_3_b
12	CD	0,000	0,000	0,000	(x-y-z)	CD	0,000	0,000	-112,306	(x-y-z)		1,732051	1,732052	1,732051
13														
14	Усредненная потребляемая мощность двигателей								Целевая функция		Длина AD			
15	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7							
16	5	3	4	5	7	4	7		1045,517585				3,464101615	

Рис. 4. Данные о изменении углов Эйлера для двигателей, удовлетворяющие условиям поиска

$$+ \gamma_A * P_3(\gamma_A) \Rightarrow \min \quad (28)$$

Ограничениями выступают равенства векторной длины звеньев к исходной длине звеньев манипулятора.

В ходе решения системы нелинейных уравнений на выходе получаем оптимальные значения углов Эйлера для двигателей манипулятора.

Рассмотрим предложенную математическую модель на практике. Для этого воспользуемся пакетом поиска решения Microsoft Office Excel.

В таблице 1 отображены координаты исходного и конечного положения звеньев манипулятора. Серым цветом выделены задаваемые параметры, темно-серым — изменяемые.

В таблице 2 отображены углы Эйлера для двигателей манипулятора в начальном и конечном положении, и их разница. Данные значения вычисляются по формулам (2–26). Серым цветом обозначены ячейки с полученным результатом для двигателей.

В таблице 3 отражена усредненная потребляемая мощность двигателей (27).

Таблица 4. Расчетные значения углов Эйлера для двигателей манипулятора

Изменение углов шаговых двигателей			
	Альфа	Бета	Гамма
AB	1,972	21,923	7,972
BC	0,000	0,000	26,504
CD	0,000	0,000	-112,306

Целевая функция имеет вид согласно формуле (28). Таким образом запустим надстройку «поиск решения» (рисунок 3) для поиска углов Эйлера для двигателей согласно начальным данным, отображенным желтым цветом в таблице 1.

В результате поиска решения задачи нелинейной оптимизации получены данные о изменении углов Эйлера для двигателей, удовлетворяющие условиям поиска (рисунок 4).

Полученные экспериментальные данные являются решением обратной задачи кинематики манипулятора с критерием минимизации энергопотребления. Минимум целевой функции равен 1045,517585 условных единиц. Т.е. при перемещении манипулятора из одного положения в другое, минимально будет потрачено 1045,517585 условных единиц энергии. При этом двигатели манипулятора необходимо развернуть на расчетное количество градусов, отображенных в таблице 4.

Разработанная математическая модель производит поиск оптимальных углов Эйлера для двигателей трехзвенного манипулятора с 7-ю степенями подвижности на основе решения задачи нелинейной оптимизации. Особенность модели заключается в нахождении оптимальных значений углов поворота двигателей манипулятора с учетом критерия минимизации энергопотребления, без потери точности решения и незначительных потерях скорости выполнения целевых операций. Данная модель универсальна и может быть адаптирована под манипулятором, отличающийся количеством звеньев и степеней подвижности. Также возможно изменение целевой функции на другой критерий, например, скорость выполнения операций.

Модель проста в ее программной реализации и может являться частью комплекса автоматической системы управления мобильным роботом с антропоморфным манипулятором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сняков Д.К., Ачкасов О. Р. Темпы развития робототехники в России // Проблемы авиации и космонавтики. 2016. № 12. С. 33–35
2. Мировые продажи промышленных роботов продолжают расти // Издательский дом «Коммерсантъ» URL: <https://www.kommersant.ru/gallery/3429002> (дата обращения: 05.01.2018 г.).
3. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. — М.: Мир, 1989. — 624 с.
4. Кутлубаев И.М., Богданов А. А., Жиденко И. Г., Кияткин Д. В., Пермяков А. Ф. Копирующий манипулятор. Патент на полезную модель RU5135956 14.05.2013.
5. Kopytov V.V., Petrenko V. I., Tebueva F. B., Streblianskaia N. V. an improved Brown's method applying fractal dimension to forecast the load in a computing cluster for short time series // Indian Journal of Science and Technology. 2016. Т. 9. № 19. С. 93909.
6. Петренко В.И., Пермяков А. Ф. Анализ развития мобильных робототехнических комплексов в области безлюдных технологий // Студенческая наука для развития информационного общества сборник материалов IV Всероссийской научно-технической конференции: в 2-х томах. 2016. С. 221–223.

© Петренко Вячеслав Иванович, Тебуева Фариза Билялона,
 Антонов Владимир Олегович (Ant.vl.02@gmail.com), Гурчинский Михаил Михайлович.
 Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»