

РАЗРАБОТКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ РЕЙТИНГАМИ В СОРЕВНОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СООТНОШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

DEVELOPMENT OF A STATISTICAL MODEL FOR RATING MANAGEMENT IN COMPETITIVE PROCESSES USING THE RATIO OF PERFORMANCE INDICATORS

**V. Yushkin
S. Marchenko
E. Strizhakova
R. Penkova**

Summary. This paper presents a statistical model for calculating team ratings in competitive processes based on an analysis of their game performance. The model uses the ratio of normalized parameters — the average number of goals scored and conceded by teams — to form an integral rating that allows predicting the outcome of the match. The use of a statistical model based on normalized performance indicators of teams, such as the average number of goals scored and conceded, will help to predict the results of matches and make it possible to more objectively assess the ratings of participants in competitions more accurately. The proposed approach belongs to the class of mathematical management models in organizational systems and can be used in the tasks of analyzing sports tournaments, as well as in project management. The effectiveness of the model was assessed by the degree of coincidence of the predicted match results with the actual outcomes. The accuracy obtained was 66.113 %, which confirms the high adequacy of the proposed approach.

Keywords: statistical model, rating, organizational system, outcome forecasting, management effectiveness.

Юшкин Владислав Николаевич

кандидат технических наук,

Волгоградский государственный аграрный университет

aup-volgau@yandex.ru

Марченко Сергей Сергеевич

кандидат технических наук, доцент,

Волгоградский государственный аграрный университет

marchenkosergey@mail.ru

Стрижакова Елена Алексеевна

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент,

Волгоградский государственный аграрный университет

strizhael@gmail.com

Пенькова Раиса Ивановна

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент,

Волгоградский государственный аграрный университет

raja14-1@mail.ru

Аннотация. В данной работе представлена статистическая модель расчёта рейтингов команд в соревновательных процессах, основанная на анализе их игровых показателей. Модель использует соотношение нормализованных параметров — среднего числа забитых и пропущенных голов командами — для формирования интегрального рейтинга, позволяющего прогнозировать исход матча. Предложенный подход относится к классу математических моделей управления в организационных системах и может применяться в задачах анализа спортивных турниров, а также в управлении проектами. Эффективность модели оценивалась по степени совпадения прогнозируемых результатов матчей с фактическими исходами. Полученная точность составила 66,113 %, что подтверждает высокую адекватность предложенного подхода.

Ключевые слова: статистическая модель, рейтинг, организационная система, эффективность управления.

Введение

Актуальность исследования обусловлена возрастающей потребностью в объективных методах оценки эффективности участников соревновательных процессов. В условиях высокой конкуренции и значимости принимаемых решений всё большее внимание уделяется разработке математических моделей управления рейтингами, позволяющих прогнозировать результаты взаимодействия между участниками организационных систем. Такие модели находят применение не только в спорте, но и в управлении проектами, конкурсном

отборе и других сферах, где требуется ранжирование и сравнительная оценка эффективности.

Однако на практике часто используются упрощённые подходы к расчёту рейтингов — такие как разница забитых и пропущенных голов, количество набранных очков или экспертные оценки. Эти методы не всегда обеспечивают высокую точность прогнозирования и могут быть чувствительны к случайным факторам, что снижает их надёжность и применимость в стратегическом управлении.

Противоречие, лежащее в основе исследования, заключается в следующем: с одной стороны, существует

достаточное количество статистических данных о выступлениях участников соревнований, которые потенциально могут быть использованы для повышения эффективности управления рейтингами; с другой стороны, на практике недостаточно применяются модели, учитывающие комплексное соотношение показателей эффективности, что ограничивает возможности анализа и прогнозирования.

Гипотеза исследования заключается в том, что использование статистической модели, основанной на соотношении нормализованных показателей эффективности команд (например, среднего числа забитых и пропущенных голов командами), позволит повысить точность прогнозирования исходов матчей и обеспечить более объективную оценку рейтингов участников соревнований.

Объектом исследования являются организационные системы, функционирующие в условиях соревновательной среды, в частности — футбольные турниры, в которых участники взаимодействуют по заданным правилам, и результаты этих взаимодействий подлежат анализу и управлению.

Предметом исследования выступают методы и модели управления рейтингами в организационных системах, основанные на статистическом анализе игровых показателей участников.

Целью исследования является разработка и верификация статистической модели управления рейтингами в соревновательных процессах, основанной на комплексном учёте ключевых показателей эффективности участников, и оценка её применимости для прогнозирования исходов матчей.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработать математическую модель расчёта рейтинга на основе статистических данных о выступлениях команд.
2. Реализовать алгоритм прогнозирования исходов матчей с использованием предложенной модели.
3. Провести тестирование модели на реальных данных турнира Континентальной хоккейной лиги (КХЛ) за сезон 2024–2025 гг.
4. Оценить точность модели по критерию совпадения прогнозируемых и фактических результатов матчей.
5. Сформулировать выводы о применимости и перспективах развития предложенного подхода.

Результаты исследования могут быть использованы в сфере спортивного менеджмента, а также при создании систем поддержки принятия решений в организа-

ционных системах, характеризующихся конкурентной динамикой.

Исследование рейтинговых моделей в соревновательных процессах имеет длительную историю и активно развивается в рамках таких дисциплин, как статистика, теория принятия решений, управление проектами и аналитика данных. В современных условиях разработка и применение математических моделей управления рейтингами становится важным направлением в исследовании организационных систем.

Одной из первых и наиболее известных моделей является рейтинг Эло [1], изначально разработанный для шахмат. Он нашёл широкое применение в различных видах спорта благодаря своей простоте и адаптивности. Рейтинг Эло основан на вероятностном подходе и предполагает корректировку рейтинга игрока или команды в зависимости от результата встречи с соперником.

В работе [2] представлена система TrueSkill, используемая Microsoft для ранжирования игроков в многопользовательских онлайн-играх. Эта модель учитывает не только победы и поражения, но и уровень уверенности в рейтинге каждого участника, что делает её более точной, по сравнению с классическим рейтингом Эло.

Методы прогнозирования исходов матчей на основе статистики были подробно рассмотрены в работе [3], где авторы предложили модель, основанную на распределении Пуассона для числа забитых голов. Этот подход позволяет оценивать атакующую и оборонительную силу каждой команды и использовать эти параметры для прогнозирования.

В работе [4] была предложена байесовская реализация пуассоновской модели, позволяющая учитывать дополнительные факторы, такие как домашнее преимущество и изменчивость формы команды.

В рамках управления организационными системами вопросы рейтингования и оценки эффективности рассматриваются в работах, посвящённых теории принятия решений и интеллектуальной поддержке управления. Так, в монографии [5] рассматриваются методы оценки эффективности участников конкурентной среды, включая критериальные и экспертные подходы.

Современные тенденции развития систем рейтингования отражены в исследованиях [6], где показано, что ключевым направлением повышения эффективности управления является интеграция статистических данных и алгоритмических моделей в реальное время.

В отечественной практике также проводились исследования по применению рейтинговых моделей в спорте

и управлении. Например, в работе [7] анализируются методы прогнозирования футбольных матчей с использованием регрессионного анализа и машинного обучения. Автор указывает на необходимость разработки гибридных моделей, объединяющих статистический и экспертный подходы.

Исследование [8] посвящено оптимизации турнирных таблиц с учётом игровой формы команд, что открывает возможность для применения динамических рейтингов в реальном времени.

Несмотря на наличие множества моделей, большинство из них обладают рядом ограничений: высокая чувствительность к начальным данным, сложность интерпретации, низкая адаптируемость к конкретным видам соревнований. Поэтому актуальной задачей остаётся разработка простых, но эффективных моделей, основанных на доступных статистических данных и пригодных к применению в различных организационных системах.

Представляется перспективным использование моделей, учитывающих соотношение показателей эффективности, поскольку они обеспечивают более сбалансированную оценку, чем метрики, основанные на разности показателей.

Теоретико-методологическое обоснование

Рейтингование участников соревновательных процессов представляет собой важный аспект управления в организационных системах, поскольку позволяет формировать объективную оценку эффективности, ранжировать элементы системы и принимать обоснованные управленческие решения.

В теории управления рейтинг рассматривается как количественная мера относительной эффективности элементов системы, основанная на сравнении их показателей с аналогичными характеристиками других участников. Рейтинги позволяют: оценивать текущее состояние участников, прогнозировать результаты взаимодействия между элементами системы, повышать прозрачность и объективность принятия решений. Эти функции полностью соответствуют целям современных систем поддержки принятия решений (СППР), которые используются во многих сферах: спорте, бизнесе, образовании, государственном управлении.

Статистические методы занимают ключевое место среди подходов к моделированию соревновательных процессов. Они позволяют: получать численные оценки параметров, анализировать ретроспективные данные, выявлять тенденции и закономерности, прогнозировать будущие события с заданной степенью достоверности.

Использование статистики в данном исследовании опирается на принципы объективизации данных, что обеспечивает воспроизводимость и проверяемость результатов. Как подчёркивается в работе [3], статистические модели позволяют минимизировать влияние субъективных факторов при оценке силы команд.

Традиционные модели часто используют линейные метрики — такие как разница забитых и пропущенных голов. Однако такой подход может быть неэффективным в условиях, когда различия в абсолютных значениях велики.

Поэтому выбор нормализованных показателей (например, среднего количества забитых голов команды А и среднего количества пропущенных голов команды В) является более адекватным. Такой подход: учитывает относительную силу команд, позволяет сравнивать результативность в разных масштабах, повышает точность прогнозирования.

Эта идея согласуется с концепцией баланса сил в теории игр и конкурентного анализа, где исход противостояния зависит не только от собственных возможностей, но и от слабых мест противника.

С точки зрения теории управления, предложенная модель представляет собой статистическую подсистему оценки эффективности, которая может быть встроена в более широкую систему принятия решений. Она может использоваться: для формирования расписания игр, для прогнозирования встреч, для автоматического контроля текущего состояния системы, для повышения уровня объективности в управлении.

Модель также допускает развитие в направлении адаптивных рейтингов, учитывающих временную динамику формы команд, что открывает возможности для её применения в реальном времени.

Для оценки эффективности модели используется процент совпадения прогнозируемых и фактических результатов матчей. Это соответствует требованиям к разработке критериев качества и надёжности. Данный критерий позволяет: четко интерпретировать результаты, сравнивать модель с другими подходами, контролировать её стабильность и воспроизводимость.

Таким образом, выдвинутая гипотеза о целесообразности использования статистической модели, с учётом соотношений показателей, характеризующих участников, получает теоретическое обоснование. Предложенный подход соответствует современным требованиям к разработке математических моделей в области управления организационными системами и может быть применён в различных областях, где актуально ранжиро-

вание и прогнозирование результатов взаимодействия элементов системы.

Описание разработанной математической модели и алгоритма

Разработанная модель относится к классу статистических моделей управления рейтингами, предназначенных для анализа и прогнозирования результатов соревновательных процессов. Модель основана на использовании ключевых показателей эффективности команд и позволяет определять их относительную силу, с целью прогнозирования исхода встречи.

Модель может быть применена в любых организационных системах, где участники взаимодействуют по заданным правилам, и результаты этих взаимодействий подлежат анализу и управлению (например, спортивные турниры, конкурсные отборы, игровые платформы).

Формальная постановка задачи

Пусть: $T = \{T_1, T_2, \dots, T_N\}$ — множество команд (N — общее число участников), G_{ij} — матч между командой T_i и командой T_j .

Задача заключается в прогнозировании исхода матча G_{ij} на основе ретроспективных данных о выступлениях команд.

Для решения этой задачи предлагается использовать статистическую модель, основанную на следующих входных параметрах: S_i^g — количество голов/очков, набранных командой T_i в матче G , C_i^g — количество голов/очков, пропущенных командой T_i в матче G , n_i — общее число матчей, сыгранных командой T_i . Целью является вычисление рейтинговых оценок участников rt_i .

Для каждой команды рассчитываются следующие показатели:

Суммарное количество забитых и пропущенных голов:

$$S_i = \sum_{g=1}^{n_i} S_i^g, C_i = \sum_{g=1}^{n_i} C_i^g. \tag{1}$$

Среднее число забитых и пропущенных голов за матч:

$$\bar{S}_i = \frac{S_i}{n_i}, \bar{C}_i = \frac{C_i}{n_i}. \tag{2}$$

Эти показатели характеризуют атакающую и оборонительную эффективность команды соответственно.

Для пары команд T_i и T_j участвующих в матче G_{ij} , рассчитываются два рейтинговых показателя:

$$rt_i^j = \bar{S}_i / \frac{1}{\bar{C}_j}, rt_j^i = \bar{S}_j / \frac{1}{\bar{C}_i}. \tag{3}$$

Рейтинг rt_i^j отражает потенциальную результативность команды T_i против команды T_j . Рейтинг зависит от собственной атакающей мощи \bar{S}_i и слабости защиты соперника \bar{C}_j . Аналогично рассчитывается рейтинг rt_j^i .

Для прогнозирования исхода матча сравниваются полученные рейтинги:

- Если $rt_i^j > rt_j^i$, то прогнозируем победу T_i ;
- Если $rt_j^i > rt_i^j$, то прогнозируем победу T_j .

Таким образом, модель позволяет строить матрицу вероятных исходов для всех пар участников.

Оценка точности модели

Пусть: M — общее число матчей, M_c — число матчей, в которых прогноз совпал с реальным результатом.



Рис. 1. Блок-схема алгоритма реализации модели

Тогда точность модели определяется как:

$$E = \frac{M_c}{M} \cdot 100\%. \quad (4)$$

Для агрегирования показателей по турниру вычисляются обобщённые параметры:

$$S_{total} = \sum_{i=1}^N S_i, C_{total} = \sum_{i=1}^N C_i. \quad (5)$$

Далее вычисляются средние значения по турниру:

$$\bar{S}_{avg} = \frac{S_{total}}{N}, \bar{C}_{avg} = \frac{C_{total}}{N}. \quad (6)$$

Алгоритм реализации модели

Алгоритм реализации предложенной модели состоит из следующих этапов: 1) загрузка данных о матчах: количество игр, забитые и пропущенные голы; 2) вычисление суммарных показателей S_i, C_i, n_i для каждой команды; 3) расчёт средних значений \bar{S}_i и \bar{C}_i для каждой команды; 4) для каждой пары команд (T_r, T_j) вычисляются rt_i^j и rt_j^i ;

Таблица 1.

Статистические показатели и оценка эффективности модели

Команда	n_i	S_i	\bar{S}_i	C_i	\bar{C}_i	M	M_c	E
Локомотив	68	191	2,809	122	1,7941	49	68	72,059
Трактор	68	223	3,279	159	2,3382	47	68	69,118
Салават Юлаев	68	212	3,118	159	2,3382	41	68	60,294
Металлург Мг	68	197	2,897	154	2,2647	43	68	63,235
Динамо М	68	204	3	167	2,4559	42	68	61,765
Автомобилист	68	178	2,618	165	2,4265	43	68	63,235
Ак Барс	68	211	3,103	162	2,3824	44	68	64,706
Авангард	68	205	3,015	168	2,4706	45	68	66,176
Спартак	68	221	3,25	197	2,8971	37	68	54,412
Динамо Мн	68	206	3,029	161	2,3676	37	68	54,412
ЦСКА	68	194	2,853	170	2,5	44	68	64,706
Северсталь	68	200	2,941	198	2,9118	39	68	57,353
СКА	68	236	3,471	205	3,0147	48	68	70,588
Торпедо	68	204	3	196	2,8824	47	68	69,118
Сибирь	68	171	2,515	196	2,8824	47	68	69,118
Адмирал	68	184	2,706	204	3	46	68	67,647
Нефтехимик	68	159	2,338	200	2,9412	43	68	63,235
Куньлунь Ред Стар	68	171	2,515	235	3,4559	44	68	64,706
Витязь	68	163	2,397	188	2,7647	50	68	73,529
Лада	68	150	2,206	188	2,7647	44	68	64,706
ХК Сочи	68	153	2,25	226	3,3235	46	68	67,647
Амур	68	150	2,206	235	3,4559	54	68	79,412
Барыс	68	99	1,456	227	3,3382	54	68	79,412
Общее	1564	4282		4282		1034	1564	
Среднее по турниру	68	186,174	2,738	186,174	2,7379			66,113

5) сравнение рейтингов и прогнозирование исхода матча; 6) подсчёт количества совпадений прогнозируемых и реальных результатов; 7) оценка точности модели для каждой команды E_i и для турнира в целом E .

Этапы реализации алгоритма модели представлены на рисунке 1.

К особенностям и преимуществам предложенной модели можно отнести простоту реализации, объективность, гибкость, и интегрируемость.

Экспериментальная часть

Целью эксперимента являлась апробация разработанной статистической модели управления рейтингами на реальных данных соревновательных процессов для оценки её точности и применимости в практике анализа организационных систем. В качестве объекта исследования использовались данные турнира Континентальной хоккейной лиги (КХЛ) за сезон 2024–2025 гг.

Результаты вычислений представлены в таблице 1.

Оценка эффективности модели. Всего было сыграно 782 матча, в 517 из них прогноз совпал с реальным результатом (табл. 2).

Эффективность модели составила:

$$E = \frac{\text{Число совпадений}}{\text{Общее число матчей}} = \frac{517}{782} = 0.66113\%. \quad (7)$$

Таблица 2.

Итоговые метрики эффективности модели

Показатель	Значение
Общее число матчей	782
Число матчей с совпавшим прогнозом	517
Процент совпадения прогноза	66,113 %

Анализ показал, что модель демонстрирует высокую степень соответствия между прогнозируемыми и фактическими результатами матчей. Точность модели составила 66,113%, что свидетельствует о её работоспособности и перспективности использования в практике.

Заключение

В рамках данного исследования была разработана и протестирована статистическая модель управления рейтингами в соревновательных процессах, основанная на использовании ключевых показателей эффективности команд, которые рассматриваются как элементы системы. Модель предназначена для прогнозирования исходов матчей и может быть применена в различных организационных системах, где требуется объективная оценка результативности участников. В спортивных организационных системах оценивается соответствие прогноза и реального результата как критерий качества модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Elo A. The Rating of Chess Players — Past and Present. IshiPressInternational, 2008. 208 p.
2. Herbrich R., Minka T., Graepel T. Trueskill: A Bayesian skill rating system // Proceedings of the 19th international conference on neural information processing systems. 2006. pp. 569–576.
3. Dixon M.J., Coles S.G. Modelling Association Football Scores and Inefficiencies in the Football Betting Market // Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics). 1997. Vol. 46(2). pp. 265–280.
4. Karlis D., Ntzoufras I. Analysis of sports data by using bivariate Poisson models // Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician). 2003. Vol. 52(3). pp. 381–393.
5. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. [пер. с англ. и ред. О.И. Медведь] Основы менеджмента. 3-е изд. Москва: Вильямс, 2016. 665 с.
6. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений. Москва: СИНТЕГ, 1998. 376 с.
7. Никитин К.О. Предварительное исследование методов машинного обучения в прогнозировании результатов Английской Премьер-лиги // Вестник науки. 2023. Т. 3, № 6(63). С. 883–892.
8. Удавцов А.А., Прозорова О.В. Математическая модель анализа результатов футбольных матчей // Юный ученый. 2024. № 1 (75). С. 75–80.

© Юшкин Владислав Николаевич (aup-volgau@yandex.ru); Марченко Сергей Сергеевич (marchenkosergey@mail.ru);

Стрижакова Елена Алексеевна (strizhael@gmail.com); Пенькова Раиса Ивановна (raja14-1@mail.ru)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»