

# ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ ПРИМЕНЕНИЯ КВАНТОВОГО АЛГОРИТМА ГРОВЕРА С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

## ESTIMATION OF THE OPTIMAL NUMBER OF ITERATIONS OF THE GROVER QUANTUM ALGORITHM VIA MATHEMATICAL MODELING

**S. Daeva  
B. Krynetsky  
V. Smolentseva  
V. Trushina**

*Summary.* Modern computing systems have an actively developing field of quantum computers and algorithms. One of the most promising applications is Grover's quantum search algorithm. Today, there is already a description of the algorithm and an assessment of its computational complexity — showing the theoretical superiority of the quantum algorithm over the classical computational process, however, there are no estimates that maximize the accuracy of the results. The article provides a detailed description of the foundation of mathematical modeling of Grover's quantum search algorithm, examples of implementation on small sets of qubits of a computing system, as well as an experimental assessment of the optimal number of calls to the stages of the algorithm. It is shown that the trend has a non-trivial, chaotic pattern, and has outliers.

*Keywords:* quantum computers, Grover's algorithm, quantum computing.

**Даева Софья Георгиевна**

к.ф.-м.н., МИРЭА — Российский  
технологический университет, г. Москва  
daeva.sg@yandex.ru

**Крынецкий Борис Алексеевич**

Старший преподаватель, МИРЭА — Российский  
технологический университет, г. Москва  
kryneckiy@mirea.ru

**Смоленцева Владислава Владимировна**

Российский государственный университет  
социальных технологий, г. Москва  
smolenceva@mirea.ru

**Трушина Вероника Игоревна**

МИРЭА — Российский технологический  
университет, г. Москва  
ermakova\_v@mirea.ru

*Аннотация.* Современные вычислительные системы обладают активно развивающейся областью квантовых компьютеров и алгоритмов. Одним из наиболее перспективных в прикладном применении является квантовый поисковый алгоритм Гровера. На сегодня уже существует описание алгоритма и оценка его вычислительной сложности — показывающей теоретическое превосходство квантового алгоритма над классическим вычислительным процессом, однако нет оценок, позволяющих максимизировать точность результатов. В статье приводится подробное изложение фундамента математического моделирования квантового поискового алгоритма Гровера, примеры реализации на малых наборах кубит вычислительной системы, а также проводится экспериментальная оценка оптимального количества обращений к этапам алгоритма. Показано, что тенденция носит нетривиальную, хаотическую закономерность и обладает выбросами.

*Ключевые слова:* квантовые компьютеры, алгоритм Гровера, квантовые вычисления.

## Введение

Открытие человечеством квантовых эффектов и явлений сопровождалось активным развитием вычислительных технологий, что закономерно породило возникновение технологий квантовых вычислений и алгоритмов. Опираясь на явления квантовой механики, эти алгоритмы стремятся достигнуть квантового превосходства — преодоления порога вычислительно сложных или нерешаемых задач, вызванного экстремальной мощностью обозримых вариантов, рассматриваемых при решении [1].

Среди прочих алгоритмов [2–4] очевидное практическое приложение имеет алгоритм Гровера. Алгоритм

известен так же под названием поисковый алгоритм Гровера — что отражает его цель: определение комбинации входных состояний, реализующей у целевой функции заданное состояние. Алгоритм может применяться в задачах поиска записей в несортированной базе данных — когда применение алгоритмов бинарного поиска невозможно, и поиск выполняется полным перебором.

В основе алгоритма лежит последовательное циклическое применение двух функциональных блоков — квантового оракула и блока инверсии относительно среднего (так же известного, как диффузор). Количество применений определяется априорными представлениями о мощности пространства входных состояний и мощности множества искомым элементов [5].

**Математическое моделирование**

Математический подход к моделированию квантовых алгоритмов основывается на представлении носителя квантовых вычислений — квантового бита (кубита) в виде вектора состояния в Гильбертовом пространстве:

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}; |a|^2 + |b|^2 = 1; a, b \in \mathbb{C},$$

где  $a$  и  $b$  — амплитуды вероятностей, описывающих состояние кубита в определенный момент.

Для моделирования квантовых систем и алгоритмов над ними количество амплитуд вероятностей, составляющих вектор состояния, расширяется по показательному закону: система из  $N$  кубит описывается вектором, состоящим из  $2^N$  элементов [6].

Для упрощения описания состояний кубита принято применение систем базисных состояний — самой простой является пара состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . В векторном виде они соответствуют векторам  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . В такой системе любое выражение вектора состояния кубита представимо в виде:

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = a|0\rangle + b|1\rangle.$$

В квантовых алгоритмах для изменения вектора состояния кубита применяется оператор, называемый квантовым вентиляем. Математическое моделирование квантового вентиля воплощается в виде линейных унитарных эрмитовых операторов. Для манипуляций с одним кубитом вентили представляются в виде матриц размерности  $2 \times 2$ . Среди основных квантовых вентиляей можно привести вентили Паули, Адамара, единичный вентиль. Матричное представление вентиляей Паули связывается с операциями вращения вокруг осей в трехмерном пространстве.

Вентиль Адамара	$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
Единичный вентиль	$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Поворот вокруг оси $Ox$	$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Поворот вокруг оси $Oy$	$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$
Поворот вокруг оси $Oz$	$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Такой вентиль называют вентиляем Паули- $X$ , и его преобразование часто связывают с логической унарной

операцией отрицания — вентиль переводит кубит из состояния  $|0\rangle$  в состояние  $|1\rangle$  и наоборот:

$$\sigma_x |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 * 1 + 1 * 0 \\ 1 * 1 + 0 * 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle.$$

Для управления многокубитными вентилями матрицы расширяются с применением произведения Кронекера. Так, применение вентиля Паули поворота вокруг оси  $Ox$  для системы из двух кубитов реализуется с применением матрицы  $4 \times 4$  вида:

$$U_{xx} = \sigma_x \otimes \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Стоит отметить, что не все вентили многокубитных систем могут быть получены с применением произведения Кронекера по отношению к матрицам базовых однокубитных вентиляей. Среди таких вентиляей можно выделить множество «контролирующих» вентиляей. Принцип работы таких вентиляей подобен работе транзисторов — в системе кубит возникает зависимость состояния одного кубита от состояния второго — появляется квантовая запутанность. Простейшие вентили, реализующие такие операции — это вентиль «CX» и «CZ». Матрицы их операций приведены ниже:

$$CX = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$CZ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Зависимость состояний выражается в условии «Если состояние первого кубита  $|1\rangle$  — выполни операцию над вторым кубитом. Иначе не выполняй». Таким образом, подача системы двух кубитов в состояниях  $|1\rangle|1\rangle$  на вентиль CX переведет систему в состояние  $|1\rangle|0\rangle$ .

Алгоритм Гровера состоит из двух этапов — на первом состоянии квантовой системы переводится в равновероятностное — для этого применяют вентили Адамара. Таким образом, реализуется возможность к одновременной обработке  $2^N$  состояний. На втором этапе происходит циклический процесс увеличения амплитуды вероятности целевого значения. [7] Для этого применяются последовательно операции воздействия функцией — оракулом, и инверсии амплитуд относительно среднего. Второй этап выполняется такое количество раз, которое приводит к наибольшему вероятностному распределению искомого состояния, не превышающее мощности множества исходных состоя-

ний — в противном случае алгоритм не несёт ценности и полный перебор выполняется быстрее.

Оракулом в квантовых алгоритмах называется абстрактная функция, реализующая определенное преобразование. В алгоритме Гровера оракул выполняет инверсию амплитуды вероятности разыскиваемого состояния.

Работу алгоритма можно рассмотреть на примере применения оракула, исполненного с применением вентиля CZ. Вентиль инвертирует амплитуду состояния  $|1\rangle|1\rangle$ , то есть такой оракул соответствует логическому оператору конъюнкции — то есть прикладная задача, соответствующая реализации алгоритма Гровера с применением такого оракула может быть выражена прикладной целью, выраженной как «определить, при каких значениях переменных булева функция конъюнкции принимает состояние 1?».

Реализация операции инверсии относительно среднего основана на преобразовании:

$$x_{\text{инв}} = 2\bar{x} - x,$$

где  $x$  — изначальный вектор,

$\bar{x}$  — среднее значение вектора,

$x_{\text{инв}}$  — инвертированный вектор.

В контексте реализации в матричном представлении операция инверсии относительно среднего представляется через выражение:

$$X' = (2A - I)X,$$

где  $X$  — изначальное состояние,

$A$  — матрица средних значений,

$I$  — единичная матрица,

$X'$  — инвертированное состояние.

С применением вентилях на примере двухкубитной системы реализация доступного выражения  $I - 2A$  находит воплощение в конструкции вида:

$$\begin{aligned} H^{\otimes 2} \sigma_X^{\otimes 2} CZ \sigma_X^{\otimes 2} H^{\otimes 2} &= \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} H & H \\ H & -H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_X \\ \sigma_X & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & \sigma_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_X \\ \sigma_X & 0 \end{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} H & H \\ H & -H \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H\sigma_X & H\sigma_X \\ -H\sigma_X & H\sigma_X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & \sigma_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_X H & -\sigma_X H \\ \sigma_X H & \sigma_X H \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H\sigma_X & H\sigma_X \sigma_Z \\ -H\sigma_X & H\sigma_X \sigma_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_X H & -\sigma_X H \\ \sigma_X H & \sigma_X H \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H & -H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H \\ -H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H & H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

Учтём, что квантовые вентили являются унитарными и эрмитовыми. Тогда справедливо:

$$H\sigma_X \sigma_X H = I_{2 \times 2}. \quad (2)$$

В то же время:

$$\begin{aligned} H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} = (I - 2A)_{2 \times 2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\begin{aligned} H^{\otimes 2} \sigma_X^{\otimes 2} CZ \sigma_X^{\otimes 2} H^{\otimes 2} &= \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H & -H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H \\ -H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H & H\sigma_X \sigma_X H + H\sigma_X \sigma_Z \sigma_X H \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} + (I - 2A)_{2 \times 2} & -I_{2 \times 2} + (I - 2A)_{2 \times 2} \\ -I_{2 \times 2} + (I - 2A)_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} + (I - 2A)_{2 \times 2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2(I - 2A)_{2 \times 2} & -2A_{2 \times 2} \\ -2A_{2 \times 2} & 2(I - 2A)_{2 \times 2} \end{pmatrix} \\ &= I_{4 \times 4} - \begin{pmatrix} A_{2 \times 2} & A_{2 \times 2} \\ A_{2 \times 2} & A_{2 \times 2} \end{pmatrix} \\ &= I_{4 \times 4} - 2 \begin{pmatrix} A_{2 \times 2} / 2 & A_{2 \times 2} / 2 \\ A_{2 \times 2} / 2 & A_{2 \times 2} / 2 \end{pmatrix} \\ &= I_{4 \times 4} - 2A_{4 \times 4} = (I - 2A)_{4 \times 4} \end{aligned} \quad (4)$$

Реализация алгоритма по этапам:

1. Изначальное состояние квантовой системы  $|00\rangle$  переводится в равновероятностное, путем применения вентилях Адамара к каждому кубиту:

$$(H \otimes H)|00\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Равновероятностное состояние подается в оракул:

$$CZ((H \otimes H)|00\rangle) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

3. Инверсия относительно среднего:

$$\begin{aligned} (I - 2A)(CZ((H \otimes H)|00\rangle)) &= \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Соответственно, одноразовое обращение к циклу инверсий с применением оракула и относительно среднего привело к 100 % вероятности выходного искомого состояния  $|11\rangle$ .

Для оценки количества итераций алгоритма применяется вывод через геометрическую интерпретацию его шагов [8]. Представим систему ортогональных состояний  $N$  кубит в декартовой системе координат. Орту  $\alpha$  соотнесём суперпозиции состояний, не относящихся к искомому, а орте  $\beta$  сопоставим в простом случае единственное искомое состояние. Тогда начальное равновероятностное состояние  $|\Psi_0\rangle$  является вектором, чьи координаты в базисе  $(\alpha; \beta)$  составляют  $(\frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N}}; \frac{1}{\sqrt{N}})$ :

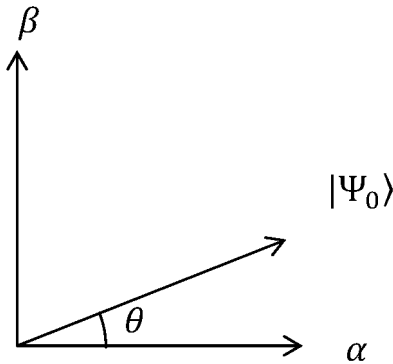


Рис. 1. Начальное состояние системы в базисе

После воздействия оракулом на кубит его составляющая по второй орте обретает отрицательное значение — координаты становятся  $(\frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N}}; -\frac{1}{\sqrt{N}})$  — таким образом, происходит отражение вектора относительно орты  $\alpha$  — на угол, равный  $2\theta$ , где  $\theta$  — угол между ортой  $\alpha$  и начальным состоянием.

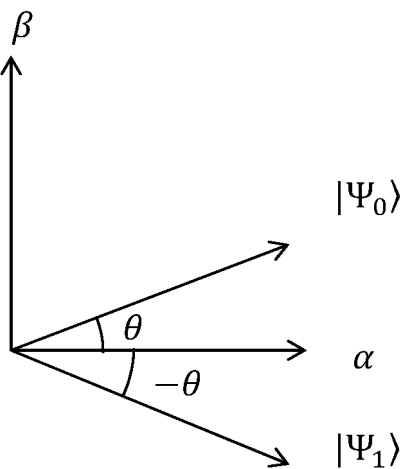


Рис. 2. Инверсия начального состояния относительно орты  $\alpha$

Следующим шагом является инверсия относительно среднего — изначального равновероятностного состояния  $|\Psi_0\rangle$ . [9] Угол между состоянием  $|\Psi_1\rangle$  и  $|\Psi_0\rangle$  составляет  $2\theta$ , соответственно отражение переводит вектор состояния из угла  $-\theta$  в угол  $-\theta + 2 * 2\theta = 3\theta$  — в состоянии  $|\Psi_2\rangle$  соответственно.

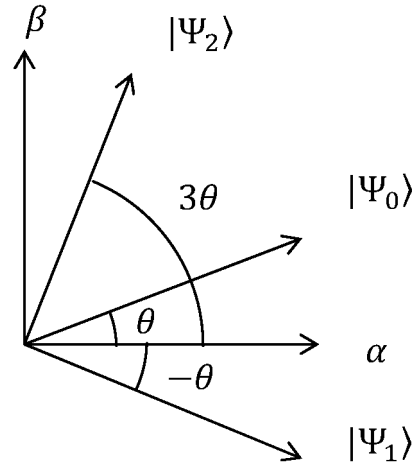


Рис. 3. Полный цикл инверсий

Операции повторяются до тех пор, пока вектор состояния не приблизится к орте  $\beta$ . Последовательность приближения представляет собой алгебраическую прогрессию с шагом в  $2\theta$ . Если  $N$  велико, то угол  $2\theta$  можно приблизить выражением  $2 * \frac{1}{\sqrt{N}}$ , и оценить количество

итераций, необходимых для достижения угла  $\frac{\pi}{2}$  равным  $\frac{\pi}{4} \sqrt{N}$ .

Рассмотрим применимость алгоритма Гровера [10] к малым значениям  $N$  для формирования рекомендаций и правил к применению алгоритма.

В случае, если  $N=1$  количество возможных оракулов составляет 2 — один оракул определяет как искомое состояние  $|0\rangle$ , второй —  $|1\rangle$ . Тогда применение алгоритма определяет изначальный угол  $\theta$  равен  $\arcsin 1 / \sqrt{2^N} = \arcsin 1 / \sqrt{2} = \frac{\pi}{4}$ . Можно заметить, что в таком случае алгебраическая последовательность  $\theta(n) = \frac{\pi}{4} + 2 * \frac{\pi}{4} * n$  не сходится к  $\frac{\pi}{2}$  и приобретает периодический характер с постоянными модулями амплитуды состояния по ортам базиса.

При  $N=2$  количество оракулов, определяющих единственное искомое состояние, равно 4 — на каждое из возможных состояний. Угол  $\theta$  между равновероятностным состоянием и ортой  $\alpha$  равен  $\arcsin 1 / \sqrt{4} = \frac{\pi}{6}$ . Как было показано ранее, одноразовое применение

цикла алгоритма переводит всю систему к 100 % вероятности отношения к искомому состоянию.

Дальнейший рост количества кубит ведёт к экспоненциальному уменьшению величины начального угла  $\theta$  — динамика представлена на графике ниже:

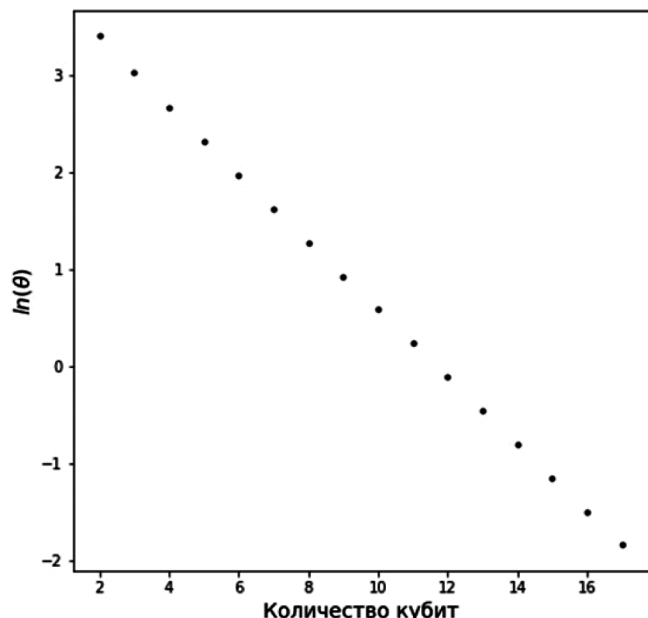


Рис. 4. Зависимость логарифма угла начального состояния от мощности квантовой системы

Аналитическое выражение количества циклов алгоритма определяет количество обращений к паре инверсий для первого приближения состояния системы к необходимому [11].

Установим новую цель — добиться наилучшего приближения к искомому состоянию за количество итераций, не превышающих количества всех возможных состояний системы для сохранения преимущества над переборным алгоритмом.

Моделирование решения такой задачи для систем от 2 до 18 кубит в сравнении с первым приближением и объёмом полного перебора представлено на графике рис. 5.

Таким образом, экспериментально показано, что первое приближение алгоритма Гровера зачастую

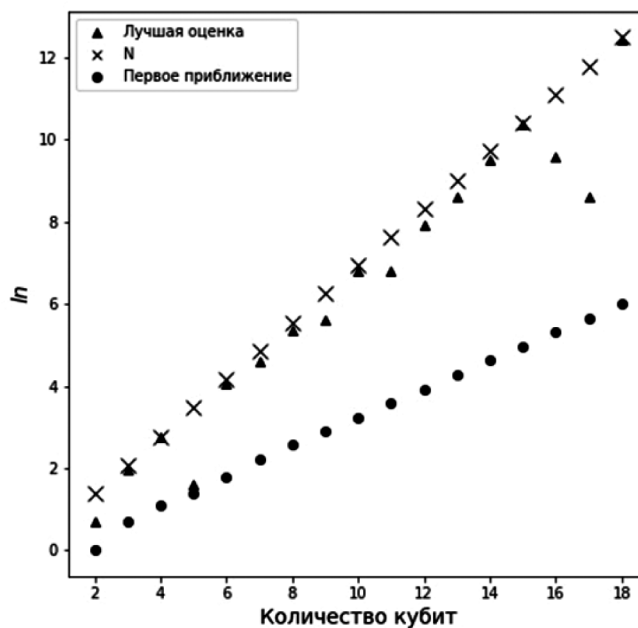


Рис. 5. Экспериментальная оценка оптимального количества обращений к алгоритму в зависимости от мощности квантовой системы

достигает не лучшего приближения, но реализуется за предельно малое количество обращений к циклу. Так же заметно, что часто лучшее приближение достигается за количество обращений, близкое к полному перебору, но и в этой последовательности есть исключения — так, при  $N=5$  лучшее приближение достигается буквально на следующей итерации после первого приближения — на 5-ом обращении в сравнении с 4. Так же тенденция существенно нарушается при  $N=16$  и 17.

### Заключение

Таким образом, в статье приведён обзор математической основы моделирования квантового поискового алгоритма Гровера. Сформулирована задача на определение оптимального числа итераций алгоритма с целью наилучшего приближения состояния квантовой системы к искомому. Полученные результаты могут лечь в будущие системы квантовых вычислений, использующих алгоритм Гровера в промежуточных этапах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.A. Nielsen and I.L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. — Cambridge: Cambridge University Press, 2000. — 676 с.
2. D. Deutsch, Quantum Theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer, *Proceedings Royal Society London Ser. A*, 400, pp. 96–117.
3. E. Bernstein and U. Vazirani, Quantum Complexity Theory, *Proceedings 25th ACM Symposium on Theory of Computing*, 1993, pp. 11–20.
4. A. Yao, Quantum circuit complexity, *Proceedings 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, 1993, pp. 352–361.
5. A. Ambaini Quantum Search Algorithms // arXiv [Электронный ресурс]. — 2005. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0504012>.
6. A. Benoit, S. Schwartz, R.K. Cytron Optimization of a Quantum Subset Sum Oracle // arXiv [Электронный ресурс]. — 2024. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/2410.01775>.
7. K. Yukiyoishi, T. Mikuriya, H.S. Rou, G.T.F. de Abreu, N. Ishikawa Adaptive Search for Maximum Likelihood Detection of Generalized Spatial Modulation // arXiv [Электронный ресурс]. — 2024. — Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2408.13531>.
8. J.A. de Carvalho, C.A. Batista, T.M.L. de Veras, I.F. Araujo, A.J. da Silva. Quantum Multiplexer Simplification for State Preparation // *ACM Digital Library* [Электронный ресурс]. — 2004. — Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.05618>.
9. L. K. Grover, «A fast quantum mechanical algorithm for database search» in *Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, ser. STOC '96. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1996, p. 212–219. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://doi.org/10.1145/237814.237866>
10. Крушной, В.В. Квантовые компьютеры и вычисления / В.В. Крушной, А.В. Глазырина, Е.В. Харитоновна // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2015: сборник научных трудов: пятое заседание тематических секций по направлению «Инновационные ядерные технологии», Снежинск, 05–06 февраля 2015 года. — Снежинск: Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Снежинский физико-технический институт, 2015. — С. 142. — EDN XDJGPX.
11. Прилипко В.К. Физические основы квантовых вычислений. Динамика кубита: монография / В.К. Прилипко, И.И. Коваленко. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 216 с.: ил. — Текст: непосредственный. ISBN 978-5-507-50139-7.

© Даева Софья Георгиевна (daeva.sg@yandex.ru); Крынецкий Борис Алексеевич (kryneckiy@mirea.ru);  
Смоленцева Владислава Владимировна (smolenceva@mirea.ru); Трушина Вероника Игоревна (ermakova\_v@mirea.ru)  
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»