DOI 10.37882/2223-2966.2024.8.41

ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ВЫБОРА ВАРИАНТА ИНВЕСТИЦИЙ В МНОГОПРОФИЛЬНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

OPTIMIZATION OF THE MODEL FOR SELECTING INVESTMENT OPTIONS IN MULTIDISCIPLINARY PRODUCTION

H. Shungarov
R. Botashev

Summary. The problem of attracting investments today is a key issue in the development of modern domestic production. Effective use of investments is carried out through the selection and implementation of optimal investment projects. The article is devoted to the development of a modified economic and mathematical model for selecting the optimal investment project for a multi-industry production using stochastic and linear programming methods.

Keywords: investments, investment financing, financial transactions, investment project, probability, stochastic and linear programming, Boolean variable, payments, income, profit, profitability level.

Шунгаров Хамид Джашауевич
Кандидат физико-математических наук, доцент, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева
hamidsh@rambler.ru
Боташев Руслан Азаматович
Доцент, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева
botashevruslan@mail.ru

Аннотация. Проблема привлечения инвестиций сегодня является ключевым вопросом развития современного отечественного производства. Эффективное использование инвестиций осуществляется через выбор и реализацию оптимальных инвестиционных проектов. Статья посвящена разработке модифицированной экономико-математической модели выбора оптимального проекта инвестиций для многопрофильного производства с использованием методов стохастического и линейного программирования.

Ключевые слова: инвестиции, финансирование инвестиций, финансовые операции, инвестиционный проект, вероятность, стохастическое и линейное программирование, булева переменная, выплаты, доход, прибыль, уровень рентабельности.

Планирование инвестиций является важным и сложным процессом. Сложность решения проблемы заключается в том, что при планировании инвестиций необходимо учитывать множество факторов, в том числе и непредвиденные (случайные), а также степень риска вложения инвестиций. Кроме этого, сложность заключается в том, что получение прибыли (дохода) от вложения инвестиций, как правило, носит вероятностный характер. Поэтому при планировании внесения инвестиций необходимо учитывать вероятность наступления случайного события — получение прибыли.

По нашему мнению, сегодня в условиях приоритетного отношения к развитию отечественного производства, наиболее выгодным является инвестирование производства, т. е. реальные инвестиции в расширение и техническое перевооружение производств предприятий.

Особую сложность представляет инвестирование многопрофильного производства, где каждое производство фирмы имеет различный уровень рентабельности из-за различий в уровне себестоимости и качества продукции. При этом в издержках каждого производства немалую долю занимают затраты на содержание оборудования различной степени изношенности и различной производительности и т. д. Учитывать все эти факторы при определении степени риска вложения инвестиций в каждое производство весьма затруднительно.

1. Постановка задачи

Рассмотрим постановку задачи инвестирования многопрофильного предприятия. Для этого введём следующие обозначения:

y_{ij} — прибыль, ожидаемая от инвестиций i-ой отрасли в j-й период,

$i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$;

x_{ij} — затраты, ожидаемые от инвестиций i-ой отрасли в j-й период, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$;

y_{ij} — доход, ожидаемый от инвестиций i-ой отрасли в j-й период,

u_{ij} — чистая прибыль, ожидаемая от инвестиций i-ой отрасли в j-й период,

$a_j = \dfrac{y_{ij}}{x_{ij}} = \dfrac{u_{ij} - x_{ij}}{x_{ij}}$ — прогнозируемый уровень рентабельности i-ой отрасли в j-й период, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$. Тогда рентабельности n производств в j-й период, $j = 1, 2, \ldots, m$ выразим векторной целевой функцией (ВЦФ) $F(x) = (F_1(x), F_2(x), \ldots F_n(x))$, частные критерии $F_k(x) \to \max$, которой, имеют вид:

$$F_k(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}}, \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \le b_j,\ j = 1,2,\ldots,m, \quad (2)$$

где b_j — количество денежных средств, инвестируемых предприятием в i-ое производство в период $j = 1, 2,\ldots,m$;

$$b_j \ge 0;\ x_{ij} \ge 0;\ b_j \ge 0;\ x_j = 0 \vee 1. \quad (3)$$

Проблема состоит в выборе такого вектора $x = (x_1, x_2,\ldots, x_m)$, который максимизирует ожидаемый уровень рентабельности каждого производства. Сформулированную задачу (1)–(3) будем называть векторной задачей инвестирования многопрофильного производства. Задача (1)–(3) в общей постановке является задачей линейного целочисленного булевого программирования и является NP-полной [1].

Решение сформулированной задачи намного упрощается, если задана таблица распределения значений для переменных x_{ij} и y_{ij}.

2. Описание алгоритма β

Алгоритм β начинает свою работу с того, что задаётся пороговое значение α_0 для уровня рентабельности i-го производства в период j. Алгоритм β состоит из этапов β_j, перенумерованных числами $j = 1, 2,\ldots,m$. На этапе β_1 вычисляется значение $a_1 = \frac{\sum_{i=0}^{n} y_{i,1}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,1}} = \frac{\sum_{i=0}^{n} u_{i,1} - x_{i,1}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,1}}$ и проверяется условие : если $\alpha_1 \ge a_0$, то значение α_1 включается в множество M и это значение считается допустимым; если $\alpha_1 \le a_0$, то значение α_1 считается недопустимым и не включается в множество M.

Предположим, что осуществлено β_k этапов алгоритма β и $|M| \le k$. На этапе β_{k+1} вычисляется значение $a_{k+1} = \frac{\sum_{i=0}^{n} y_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,k+1}} = \frac{\sum_{i=0}^{n} u_{i,k+1} - x_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,k+1}}$. На каждом этапе β_j, $j = k + 1,\ldots, m$ алгоритма β проверяется условие: если $\alpha_{k+1} \ge a_0$, то значение α_{k+1} включается в множество M и это значение считается допустимым, в противном случае — значение α_{k+1} считается недопустимым и не включается в множество M. На каждом этапе β_j, $j = k + 1,\ldots, m$ алгоритма β вычисляется значение $a_j = \frac{\sum_{i=0}^{n} y_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,j}} = \frac{\sum_{i=0}^{n} u_{i,j} - x_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n} x_{i,j}}$ и проверяется условие: если значение $\alpha_j \ge a_0$, то α_j включается в множество M; если $\alpha_j \le a_0$, то значение α_j не включается в множество M. Те значения α_j, $j = k + 1,\ldots, m$, которые включаются в множество M, считаются допустимыми и в противном случае — недопустимыми. Далее, элементы множества M упорядочиваются по не убыванию значений рентабельностей. На вход этапа β_{m+1} сначала подаётся множество M. Затем, начиная с наибольшего значения M, последовательно проверяется условие $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \le b_j$ и выделяется такое подмножество $M' \subseteq M$, элементы которого удовлетворяют условию и отсеиваются те значения α_j, для которых $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \ge b_j$. Таким образом, выбор произведен и значения переменным x_j присваиваются следующим образом: если $x_j \in M'$, то $x_j = 1$ иначе $x_j = 0$. На этом алгоритм β заканчивает свою работу.

3. Применение алгоритма стохастического программирования с элементами линейного программирования

В исследуемой задаче рассматривается такая ситуация: на многопрофильной фирме имеется (n) производств, а также имеется свободная денежная сумма (C), которую фирма намерена в виде инвестиций (c_{ij}) распределить между n_j производствами в каждом из (t_i) периодов времени. Инвестиции вносятся в течение периода времени (m) лет. Разница между размером выплаты (p_{ij}) размером инвестиции (c_{ij}) в каждом периоде времени и в каждом производстве есть величина переменная, т. е. доход $q_{ij} = p_{ij} — c_{ij}$, а также известно, что $p_{ij} \le c_{ii}$.

Следует отметить, что в каждом году в каждом производстве объём прибыли (X_{ij}) определяется с вероятностью α_{ij} (от 0,1до 1,0), как математическое ожидание, т. е. $X_{ij} = M(X) = \alpha_{ij} * (p_{ij} — c_{ij})$. Наиболее выгодным будет тот инвестиционный проект, где значение математического ожидания $M(X)$ будет наибольшим.

Критерием выбора оптимального варианта внесения инвестиций является максимальный уровень рентабельности производства (Δ), определяемый как отношение полученной прибыли к понесенным затратам, т. е. $\Delta_{ij} = (p_{ij} — c_{ij}) / p_{ij}$.

Таким образом, решение данной задачи позволит выбрать оптимальный вариант внесения инвестиций в производства фирмы с тем, чтобы максимизировать получаемую от этих инвестиций прибыль.

Для разработки модели решения задачи инвестирования с помощью алгоритма стохастического программирования введём следующие обозначения:

i — номер строки (год); j — номер столбца (производство);

В ij — величина инвестиций, вложенная в i-ом году в j-ое производство;

X_{ij} — величина ожидаемой прибыли в i-ом году в j-ом производстве;

X_j — величина ожидаемой прибыли в j-ом производстве за m лет;

α — вероятность внесения инвестиций и получения прибыли;

α_j — порог вероятности внесения инвестиций и получения прибыли для каждого производства j;

α_{ij} — вероятность внесения инвестиций и получения прибыли в i-ом году в j-ом производстве;

Δ — уровень рентабельности в процентах (десятичная дробь);

Δ_{ij} — уровень рентабельности в i-ом году в j-ом производстве;

a_{ji} — коэффициент затрат прямых инвестиций, равный произведению $\alpha_{ij} * \Delta_{ij}$, в i-ом году в j-ом производстве.

При расчёте значений коэффициентов прямых инвестиций (a_{ji}) необходимо учитывать следующее:

1. Порог α_j вероятности внесения инвестиций и получения прибыли для каждого производства является разным, и устанавливается в зависимости от состояния и производительности основных средств и рабочей силы в каждом производстве исследуемого предприятия;
2. Чем выше уровень рентабельности производства, тем больше вероятность (α_{ij}) внесения инвестиций в каждое производство и получение прибыли (X_{ij}).
3. Следует помнить, что правильный расчёт коэффициентов прямых инвестиций является наиболее важным и ответственным этапом решения данной задачи, от которого зависит оптимальность внесения инвестиций в производства предприятия и получение максимально возможной прибыли.

Расчёт коэффициентов прямых затрат инвестиций a_{ij} проведём путём умножения двух матриц: матрицы вероятностей (αij) и матрицы уровней рентабельности (Δ_{ij}). В результате умножения матриц получим матрицу коэффициентов затрат инвестиции (a_{ij}). Таким образом, коэффициенты a_{ij} содержат одновременно и вероятность возможного внесения инвестиции и возможный при этом уровень рентабельности производства. В каждом производстве объём прибыли (X_j) определяется с вероятностью α, как математическое ожидание, т. е. $M(X) = \alpha_{ij} * (p_{ij} — c_{ij})$. Наиболее выгодным будет тот инвестиционный проект, где значение математического ожидания $M(X)$ будет наибольшим.

Поскольку в коэффициентах прямых затрат уже учтены и уровень вероятности, и уровень рентабельности при внесении инвестиций, то исследуемая задача примет вид:

Требуется найти вектор $X = (X_1, X_2, \ldots, X_m)$, доставляющий максимальное значение целевой функции

$$F(X) = \sum_{j=1}^{m} C_j X_j \rightarrow \max \tag{4}$$

при выполнении систем ограничений:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \le b_j, \; i = 1,2,\ldots,m; \; j = 1,2,\ldots,n \tag{5}$$

и условий (не отрицательности)

$$x_{ij} \ge 0; b_i \ge 0; C_j = 1; i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n \tag{6}$$

где (5) — инвестиции в i-м году во все n производств [3].

В коэффициентах прямых затрат (α_{ij}) учтено и уровень вероятности, и уровень рентабельности при внесении инвестиций.

На этом процесс формализации содержательной задачи инвестиций закончен. Далее запишем модель для нашего условного примера.

Допустим, на заводе ЗАО «Карачаевский пивзавод» имеется 20 млн рублей свободных денег, которые фирма намерена инвестировать в свои 5 производств (№1 — производство пива, №2 — производство минеральной воды, №3 — производство питьевой воды, № 4 — производство сладких напитков, №5 — производство лимонада) в течение 5 лет с ежегодным темпом прироста объёма инвестиций 10 % (0,1).

Также известен порог уровня вероятности внесения инвестиций и получения прибыли для каждого производства с шагом 0,05 по годам (для №1 — 0,5; для №2 — 0,45; для №3 — 0,40; для №4 — 0,35; для №5 — 0,30) в зависимости от степени освоения инвестиций на внедрение новой техники и технологий.

Известен также прогнозируемый уровень рентабельности для каждого производства с ежегодным темпом прироста 1 % для: №1 — 20 %, №2 — 25 %, №3 — 30 %, №4 — 35 %, №5 — 40 %. Заметим, что вероятность инвестирования высоко рентабельных производств устанавливается ниже с целью снижения уровня риска внесения инвестиций (обратная зависимость)

Для удобства записи экономико-математической модели задачи инвестирования многопрофильного производства составим несколько матриц в виде таблиц:

Таблица 1.

Матрица вероятностей внесения инвестиций и получения прибыли (α_{ij})

Произ-во	№1	№2	№3	№4	№5
Год i = 1	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30
Год i = 2	0,52	0,47	0,42	0,37	0,32
Год i = 3	0,54	0,49	0,44	0,39	0,34
Год i = 4	0,56	0,51	0,46	0,41	0,36
Год i = 5	0,58	0,53	0,48	0,43	0,38

Таблица 2.

Матрица уровня рентабельности производства (Δ_{ij})

Произ-во	№1	№2	№3	№4	№5
Год i = 1	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
Год i = 2	0,19	0,24	0,29	0,34	0,39
Год i = 3	0,18	0,23	0,28	0,33	0,38
Год i = 4	0,17	0,22	0,27	0,32	0,37
Год i = 5	0,16	0,21	0,26	0,31	0,36

Таблица 3.

Матрица коэффициентов прямых инвестиций (a_{ji})

Произ-во	№1	№2	№3	№4	№5
Год i = 1	0,365	0,465	0,565	0,665	0,765
Год i = 2	0,383	0,488	0,593	0,698	0,803
Год i = 3	0,401	0,511	0,621	0,731	0,841
Год i = 4	0,419	0,534	0,649	0,764	0,879
Год i = 5	0,437	0,557	0,677	0,797	0,917

Таблица 4.

Матрица модели внесения инвестиций многопрофильного производства

Объём прибыли	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	B_i
Прибыль в 1-ом году	0,365	0,465	0,565	0,665	0,765	≤ 3276
Прибыль в 2-ом году	0,383	0,488	0,593	0,698	0,803	≤ 3604
Прибыль в 3 -ем году	0,401	0,511	0,621	0,731	0,841	≤ 3964
Прибыль в 4-ом году	0,419	0,534	0,649	0,764	0,879	≤ 4360
Прибыль в 5-ом году	0,437	0,557	0,677	0,797	0,917	≤ 4796
Объём инвестиций	5,000	4,000	3,333	2,857	2,500	= 20000
Z_{max}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	

Используя данные матрицы, запишем систему ограничений (согласно постановке задачи (4)–(6)) в следующем виде:

$$0{,}365X_1 + 0{,}465\,X_2 + 0{,}565\,X_3 + 0{,}665\,X_4 + 0{,}765\,X_5 \le 3276$$

$$0{,}383X_1 + 0{,}488\,X_2 + 0{,}593\,X_3 + 0{,}698\,X_4 + 0{,}803\,X_5 \le 3604$$

$$0{,}401X_1 + 0{,}511\,X_2 + 0{,}621\,X_3 + 0{,}731\,X_4 + 0{,}841\,X_5 \le 3964$$

$$0{,}419X_1 + 0{,}534\,X_2 + 0{,}649\,X_3 + 0{,}764\,X_4 + 0{,}829\,X_5 \le 4364$$

$$0{,}417X_1 + 0{,}557\,X_2 + 0{,}677\,X_3 + 0{,}797\,X_4 + 0{,}917\,X_5 \le 4796,$$

где $X_j \ge 0$, $j = 1, 2, \ldots, 5$, X_j — годовая прибыль каждого производства.

Результаты решения задачи

Решение модели оптимального инвестирования многопрофильного производства осуществлено в среде Microsoft Office Excel.

Решив задачу симплексным методом с помощью программы Microsoft Office Excel, мы получили следующее оптимальное решение:

Целевая функция	1	1	1	1	1		
общ. кол-во прибыли	0	536,6321	5356,577	0	0	5893,209	
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		Ci
1	0,365	0,465	0,565	0,665	0,765	3276	3276
2	0,383	0,488	0,593	0,698	0,803	3438,327	3604
3	0,401	0,511	0,621	0,731	0,841	3600,653	3964
4	0,419	0,534	0,649	0,764	0,879	3762,98	4360
5	0,437	0,557	0,677	0,797	0,917	3925,307	4796
общ. кол-во инвест.	5	4	3,333	2,857	2,5	20000	20000

Оптимальным вариантом вложения инвестиций в ЗАО «Карачаевский пивзавод» является производство №2 (производство минеральной воды), где прибыль составит 537 тыс. руб., и производство №3 (производство питьевой воды), где прибыль составит 5 млн 357 тыс. руб. Общая максимальная прибыль составляет 5 млн 894 тыс. руб. Инвестиции 18 млн руб. следует вносить по годам: в 1-ый год — 3,3 млн руб, 2-ой год — 3,4 млн руб., 3-ий год — 3,6 млн руб., 4-ый год — 3,8 млн руб., 5-ый год — 3,9 млн руб.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гэри Д., Джонсон М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1985.
2. Дж. Бигель. Управление производством. (Пер. с англ.). — М.: Мир, 1973.
3. Боташев Р.А. Математические методы в задачах экономики. Учебное пособие. — Карачаевск: КЧГУ, 2018. — ISBN 978-5-8307-0538-7.
4. Бирман И. Оптимальное программирование. — М.: Экономика, 1968.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969.
6. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. — М.: Советское радио, 1966.
7. Дж.Хедли. Линейная алгебра (для экономистов). — М.: Высшая школа, 1966.
8. Канторович Л.В. Оптимальные решения в экономике. — М.: Наука, 1972.
9. Ланкастер К. Математическая экономика. — М.: Советское радио, 1972
10. Боташев Р.А., Шунгаров Х.Д. Проблема выбора оптимального инвестиционного проекта. // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. — 2023. — № 2–2. — С. 67–72.
11. Шунгаров Х.Д., Боташев Р.А. Решение задачи выбора оптимального варианта инвестирования // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. — 2023. — № 7–2. — С. 175–178