

ВЫЯВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ КУБИТ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА СТАДИИ ИНИЦИАЛИЗАЦИИ КВАНТОВОГО РЕГИСТРА

IDENTIFICATION OF UNSTABLE QUBITS OF A QUANTUM COMPUTER AT THE INITIALIZATION STAGE OF A QUANTUM REGISTER

**A. Kryuchkov
Ju. Pastuhova**

Summary. A mathematical model is proposed for conducting a preliminary assessment of the quality of a quantum computer qubit in accordance with the technical information on the quantum register provided by the vendor of quantum hardware. The predicative model allows the user to determine the most stable quantum states for their subsequent inclusion in the designed quantum circuit before the direct launch of the quantum device. The simulation result can be verified after initializing the register at idle mode, providing an additional opportunity to identify the uncharacteristic behavior of quantum states, the instability of which can serve as a legitimate reason for their exclusion from the programmable quantum circuit, where the precision of the initialization of the quantum register is a necessary condition.

Keywords: quantum computer, qubit, quantum register, quantum programming, quantum register initialization, mathematical modeling, statistical analysis, multiple linear regression, QISs Benchmark.

Крючков Андрей Андреевич

аспирант, старший преподаватель, ФГБОУ ВО
«МИРЭА — Российский технологический университет»
kryuchkov_a@mirea.ru

Пастухова Юлия Ивановна

кандидат физико-математических наук, доцент,
старший научный сотрудник, ФГБОУ ВО «МИРЭА —
Российский технологический университет»

Аннотация. Предложена математическая модель, предназначенная для проведения предварительной оценки качества кубит квантового компьютера в соответствии с технической информацией о квантовом регистре, предоставляемой вендором квантового оборудования. Предикативная модель позволяет пользователю определить наиболее устойчивые квантовые состояния с целью их последующего включения в проектируемую квантовую схему до непосредственного запуска квантового устройства. Результат моделирования может быть верифицирован после инициализации регистра на «холостом ходу», обеспечивая дополнительную возможность выявления нехарактерного поведения квантовых состояний, неустойчивость которых может послужить закономерным поводом для их исключения из программируемой квантовой схемы, где точность инициализации квантового регистра является необходимым условием.

Ключевые слова: квантовый компьютер, кубит, квантовый регистр, квантовое программирование, инициализация квантового регистра, математическое моделирование, статистический анализ, множественная линейная регрессия, QISs Benchmark.

Введение

В рамках создания бенчмарка квантовых вычислительных устройств (КВУ) для специалистов в области обеспечения информационной безопасности авторы столкнулись с ситуацией, при которой получаемые результаты имели расхождения с ожидаемыми значениями. В ходе исследований установлено — причиной неочевидному поведению некоторых кубит квантовой схемы является, предположительно, побочный аппаратный шум, оказывающий значительное влияние на некоторые квантовые состояния, что негативно сказывается на итогах выполнения квантовой программы [1].

В целях выявления неустойчивых кубит, использование которых может привести к получению некорректного результата работы квантовой схемы, предложена математическая модель, которая в совокупности с ак-

туальной информацией о технических характеристиках (ТХ) облачного КВУ на стадии инициализации формирует предварительную оценку качества квантовых состояний. По результатам запуска квантового компьютера в режиме «idle» (на «холостом ходу») верификация модели явным образом указывает на кубиты, значения которых существенным образом выходят за пределы ожидаемого диапазона, что предлагает пользователю веские основания в пользу исключения из квантовой схемы кубита с непредсказуемым поведением.

Технические характеристики квантовых процессоров

На сегодняшний день на рынке квантовых вычислений представлено ограниченное количество компаний и исследовательских групп, занимающихся разработкой квантовых компьютеров. Одним из лидеров отрасли яв-

ляется корпорация IBM, предоставляющая возможность работы с облачными КВУ компании [11]. На текущий момент облачная платформа IBM Quantum Platform располагает двумя бесплатными квантовыми компьютерами, с суммарным ограничением работы — 10 минут в месяц.

Основные характеристики квантовых процессоров IBM с примерами числовых значений для нескольких кубит облачного КВУ «ibm_brisbane» представлены в табл. 1. Значения представленных характеристик следуют из результатов исследования квантовых процессоров различными методами оценки свойств квантовых компьютеров [2–6]. Влияние приведенных параметров сказывается на работе квантового компьютера на протяжении полного цикла работы произвольной квантовой программы, затрагивая три стадии обработки квантовой схемы: инициализация квантового регистра, выполнение программы, измерение квантовых состояний с сохранением результата в классическом двоичном представлении. Установив, какие из указанных параметров и в какой степени вносят свои коррективы на исход выполнения квантовой схемы, можно с некоторыми допущениями предположить точность ожидаемого результата.

Несмотря на подробное сопровождение квантовых компьютеров сведениями с характеристиками процессора, некоторые кубиты демонстрируют аномальное «поведение», противоречащее предоставляемым техническим параметрам облачного КВУ.

Таким образом, авторам видится актуальной задача нахождения «дешевого» (с точки зрения затрачиваемых вычислительных ресурсов) и эффективного способа исследования потенциальных возможностей квантового компьютера, с целью своевременного выявления неустойчивых кубит и их оперативного исключения из проектируемой квантовой схемы.

Программный комплекс QISs Benchmark

В рамках разработки программного комплекса QISs Benchmark (Quantum Information Security [7]) первоначальная задумка авторов заключалась в систематизации нескольких практически значимых задач из области информационной безопасности, выполнение которых на облачных КВУ демонстрировало бы вычислительный потенциал рассматриваемой системы совокупно с качеством производимых расчетов.

Промежуточные итоги показали — для улучшения точности получаемых результатов следует внимательно подходить к отбору квантовых состояний регистра КВУ. Решение поставленной задачи может быть достигнуто путем построения универсальных математических моделей, всесторонне учитывающих характеристики квантового компьютера и предсказывающих возможный результат работы квантовой схемы в зависимости от поставленной задачи.

Таблица 1.

Влияние параметров сверхпроводящих КВУ на этап выполнения квантовой схемы.
Значения параметров для «ibm_brisbane» на 12.04.2025

Этап выполнения квантовой схемы	Параметр КВУ											
	T1, μ s	T2, μ s	Frequency, (GHz)	Anharmonicity (GHz)	Readout length, ns	Readout error	meas0 prep1	meas1 prep0	(ID) error	(Pauli-X) error	(sx) error	ECR error
(1)							■	■				
(2)	■	■	■	■					■	■	■	■
(3)					■	■						
Кубит												
0	237.3	56.1	4.72	−0.3	1300	0.02	0.02	0.02	0.000207			—
1	330.8	400.1	4.81	−0.3	1300	0.02	0.01	0.03	0.000106			—
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...			...
126	178.4	124.5	4.91	−0.3	1300	7e-3	7e-3	7e-3	0.0001489			—

где (1) — Инициализация квантовых состояний; (2) — выполнение квантовой схемы; (3) — измерение квантового регистра.

В целях формирования одной из таких прогностических моделей, направленной на выявление неустойчивых кубит на стадии инициализации квантовой схемы, в актуальную версию приложения QISs_v.0.3.10 был внедрен дополнительный функционал (рис. 1).

После успешного установления соединения с облачным КВУ по уникальному пользовательскому API-токену, на вкладке «INIT-IDLE» исследователь может выбрать конкретное устройство и провести анализ квантового процессора на предмет корректности и стабильности инициализации регистра кубит в различных состояниях.

Область 1 является обязательной — с помощью слайдера (или вручную отмечая чек-боксы) пользователь выбирает кубиты, которые будут приведены в активное состояние. Если другие области (2 и 3) не выбраны — выполняется инициализация и измерение задействованных кубит в режиме «idle» (на холостом ходу).

Область 2, Область 3 — применение к отмеченным кубитам вентилей Паули «I» (строгая инициализация в '0') и «X» (инвертирование кубита) соответственно. Выбранные состояния могут не совпадать с активными кубитами в режиме «idle», но не должны выходить за пределы его диапазона.

Технические поля вкладки «INIT-IDLE»: Область 4, выбор доступного облачного КВУ, Область 5, установка параметров для запуска квантовой схемы (степень оптимизации, количество запусков, параметр «уровень значимости» (не будет рассмотрен), применение изоляционных барьеров), Область 6, проверка статуса «проекта», отмена запуска схемы, скачивание прошлых результатов с удаленного сервера платформы.

Результаты работы программы отображаются в текстовом окне приложения, а также дублируются в каталог проекта «QISs», расположенный в папке «Документы» пользовательского устройства.

Моделирование зависимости устойчивости кубит от технических характеристик облачного КВУ на стадии инициализации квантового регистра

В целях обеспечения воспроизводимости процесса моделирования внимание исследователей обращается на следующие установочные данные:

- Квантовые процессоры имеют вероятностную природу вычислений, в связи с чем результат исполнения идентичных квантовых схем может варьироваться в пределах некоторого диапазона.
- Прямое сравнение квантовых компьютеров не всегда корректно. По этой причине модели для каждого конкретного КВУ могут иметь различные коэффициенты, в то время как в рамках исследу-

емого процессора модель сохраняет свои свойства.

- Количество запусков квантовой схемы — $2 \cdot 10^4$ повторений. Этого значения достаточно для генерации информативного результата за приемлемое время.
- Обучающая выборка сгенерирована путем активации каждого кубита по отдельности в режиме «idle». Исходя из предположения, что работа соседних кубит может оказывать негативное воздействие на рядом стоящие квантовые состояния, первый и наиболее затратный по времени шаг — исследование одиночных кубит.

Планирование эксперимента по определению устойчивости квантовых состояний к возникновению побочного шума КВУ выполнено в несколько последовательных этапов:

1. Изолированная инициализация каждого кубита по отдельности.
2. Исследование TX КВУ на предмет отбора существенных предикторов.
3. Построение классической модели множественной линейной регрессии, определение степени влияния изменения формулы модели на ее свойства.
4. Полная (одновременная) инициализация квантового регистра.
5. Апробация модели. Выявление неустойчивых квантовых состояний.

Эксперименты проводились на двух квантовых компьютерах, «ibm_brisbane» и «ibm_kyvi», в режиме «idle». По завершении первого этапа исследования авторы получили массив данных, содержащий информацию о TX процессора на момент запуска квантовых схем вместе с полученными результатами «холостой» инициализации квантовых состояний. Учитывая, что количество запусков программы составляло $2 \cdot 10^4$ повторений, на выходе после измерения квантовых состояний ожидалось получить $2 \cdot 10^4$ классических нулей (в двоичном представлении).

В табл. 2 представлены результаты работы некоторых кубит исследуемых КВУ. Столбец «One» — количество «побочных» единиц в строке из $2 \cdot 10^4$ значений. Каждый кубит запускался по отдельности. Время работы квантовой схемы на одиночный кубит в режиме «idle» составило 6 секунд, таким образом, на одно устройство временной интервал генерации полного массива данных по всему регистру составил ~962 секунды (12,7 минут).

В представленной таблице авторы указали только значимые факторы в контексте решения поставленной задачи, однако, изначально отбор параметров выполнялся из совокупности всех TX, публикуемых вендором

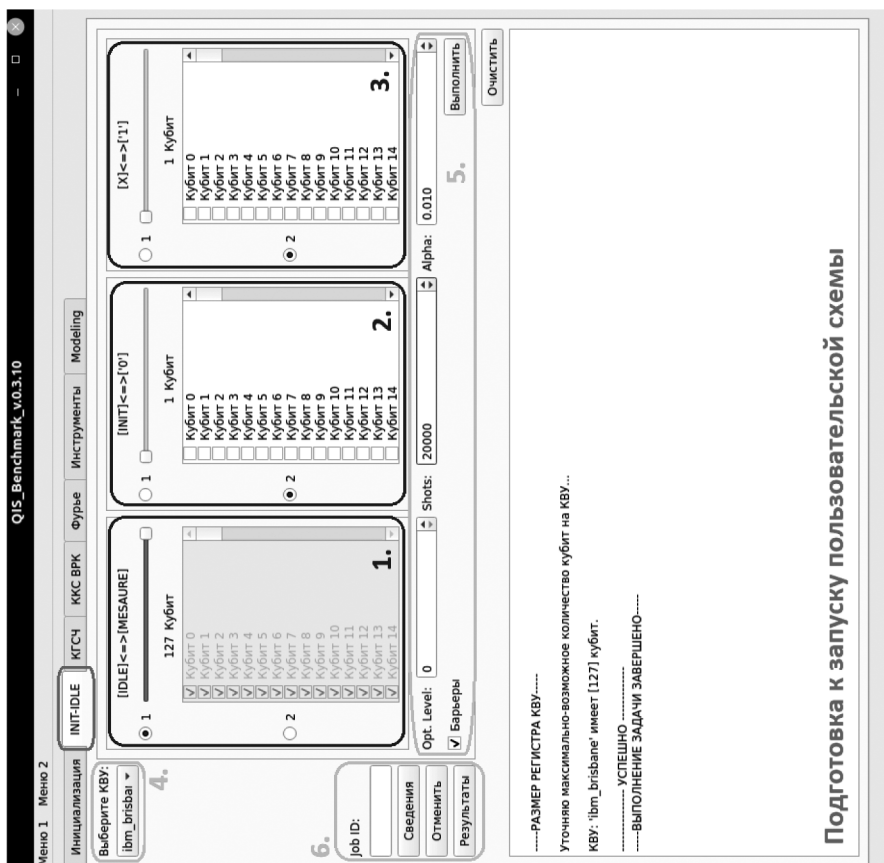
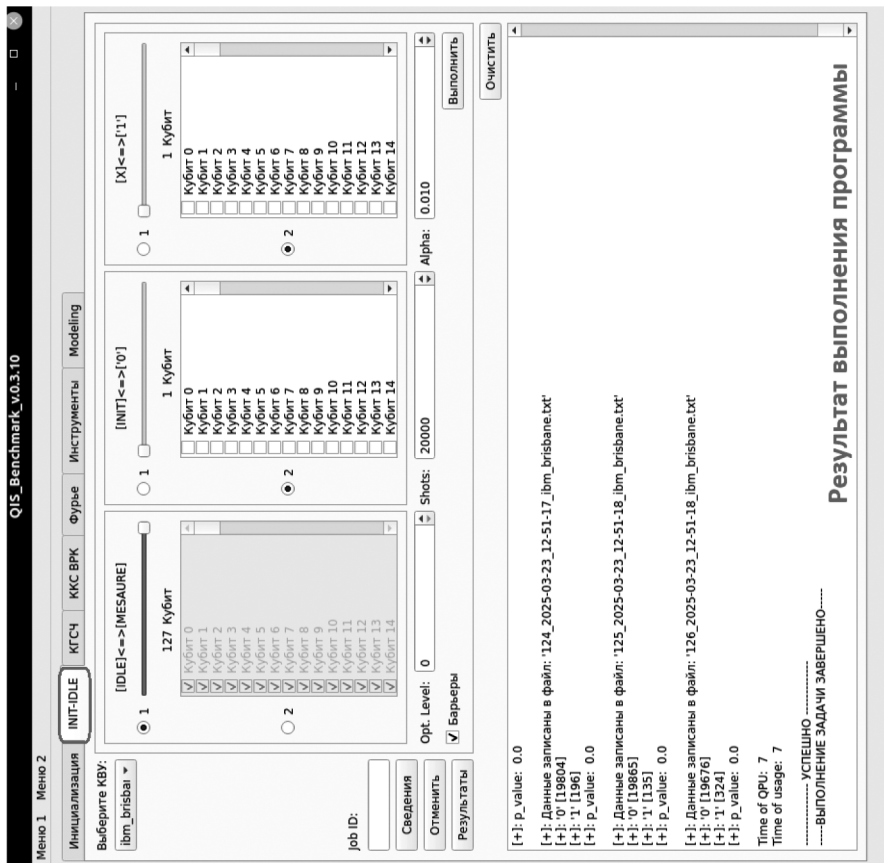


Рис. 1. Функционал QJSs_v0.3.10 по исследованию этапа инициализации облачных КВУ

Таблица 2.

Результаты выполнения «холостой» инициализации кубит

«ibm_brisbane» на 06.03.2025				
Кубит	T1, мкс	Readout error	Meas1 prep0	One
0	237.363640207058	0.033203125	0.0380859375	999
1	158.45256790461264	0.02490234375	0.03369140625	265
2	227.8750927230388	0.014892578125	0.01318359375	525
3	366.2675928480455	0.023681640625	0.0380859375	221
4	172.24369977361226	0.015625	0.0185546875	248
...				
11	205.7224190331731	0.15966796875	0.16748046875	430
24	230.8487331982512	0.12548828125	0.23681640625	384
28	225.45173929366408	0.043212890625	0.0751953125	147
...				
126	258.1125314741671	0.00927734375	0.0126953125	109
«ibm_kyvi» на 05.03.2025				
0	232.31926033986932	0.005126953125	0.00390625	77
1	521.0552804202151	0.015869140625	0.0205078125	253
2	272.73794752613907	0.01171875	0.013671875	177
3	249.63594857402217	0.00634765625	0.0078125	56
4	541.8192633031138	0.084716796875	0.099609375	1607
...				
126	313.37769070206343	0.024658203125	0.03125	442

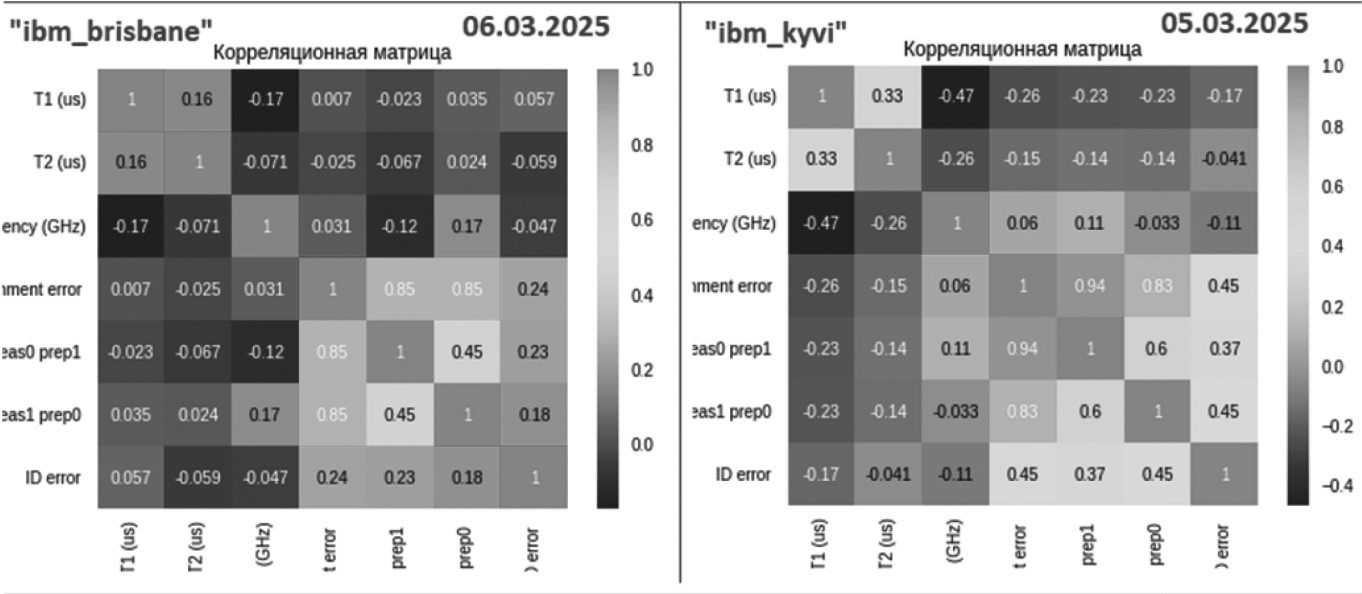


Рис. 2. Корреляционная матрица TX облачных КВУ

квантового оборудования. Корреляционные матрицы технических характеристик рассматриваемых КВУ представлены на рис. 2 (данные для 127 кубит на актуальные даты).

Важным аргументом в пользу формирования вектора значимых параметров выступает их смысловая интерпретация в контексте решаемой задачи.

«ECR-error» не рассматривается в связи с неиспользованием операции запутывания квантовых состояний. Ошибки «ID», «Pauli-X» и «SX» не актуальны по причине отсутствия применения соответствующих вентилей. Значение «Readout length» идентично для всех кубит, в связи с чем является избыточным параметром. «T2» отвечает за качество операции преобразования Уолша-Адамара. Параметр «Meas0 prep1» является противоположным поставленной задаче.

Несмотря на логические допущения касательно отбора предикторов, некоторые потенциальные факторы были проанализированы с помощью нахождения коэффициента инфляции дисперсии, вычисляемого по формуле:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2},$$

где R_j^2 — коэффициент детерминации переменной X_j на остальные факторы модели [8].

Предиктор считается значимым для модели в том случае, если он не превосходит значение '10'. В табл. 3 представлены рассчитанные коэффициенты в разных комбинациях.

При анализе отобранных предикторов с корреляционной матрицей стоит отметить — между факторами «Readout error» и «Meas1 prep0» прослеживается определенная зависимость. Однако учитывая характер и степень влияния данных параметров на результат вы-

полнения квантовой схемы было решено сохранить оба предиктора.

Построение модели множественной линейной регрессии выполняется на полученном наборе данных для каждого облачного КВУ. Условные обозначения модели представлены в табл. 4.

Таблица 4.

Условные обозначения модели

Переменная	$\hat{Y}$	X1	X2	X3
Значение	One	T1	Readout error	Meas1 prep0

В результате моделирования были получены следующие коэффициенты:

«ibm_brisbane», Модель b1:

$$\hat{Y} = 0.271 \cdot X_1 + 8019,044 \cdot X_2 - 90,598 \cdot X_3 + 26,057. \quad (1.1)$$

$R^2 = 0.3149$, $RSE = 108\%$.

«ibm_kyvi», Модель k1:

$$\hat{Y} = -0,556 \cdot X_1 + 2051,165 \cdot X_2 + 16887,614 \cdot X_3 + 124,751. \quad (1.2)$$

$R^2 = 0.9303$, $RSE = 60\%$.

$$\text{где: } R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad RSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p - 1}}.$$

В качестве предварительных выводов справедливо предположение — выбранные факторы действительно могут быть использованы в целях предсказания появления побочных значений в ходе инициализации квантовой схемы. Однако коэффициент детерминации

Таблица 3.

Вычисление коэффициента инфляции дисперсии

	«ibm_brisbane»				«ibm_kyvi»			
	VIF	VIF	VIF	VIF	VIF	VIF	VIF	VIF
T1	10.3955	10.0998	1.7645	1.7645	12.5683	3.3425	1.1535	1.1535
T2	4.41197	10.9441	—	—	3.1782	3.1481	—	—
Frequency	12.7478	—	—	—	12.2696	—	—	—
Readout error	inf	inf	inf	6.8673	inf	inf	inf	3.8587
Meas0 prep1	inf	inf	inf	—	inf	inf	inf	—
Meas1 prep0	inf	inf	inf	6.2867	inf	inf	inf	3.9552

и погрешность модели **b1** (1.1) оказались неудовлетворительными. Таким образом, видится целесообразным нахождение способа улучшения качества сформированных моделей.

В ходе многочисленных серий экспериментов параметр X_1 , отвечающий за время когерентности кубита, был приведен к общему виду используемых в модели предикторов.

Зная время выполнения квантовой схемы ($6 \cdot 10^6$ мкс) и количество запусков программы ($2 \cdot 10^4$), ориентировочное время работы каждой квантовой схемы составило порядка 300 мкс (в модели выбрано 350 мкс). Учитывая временной разброс параметра T_1 по каждому квантовому состоянию (от 5 мкс на '80' кубите, до 541 мкс на '4' кубите), было решено воспользоваться следующей формулой для отражения вероятности успешного сохранения кубитом квантовых свойств на протяжении всего времени работы программы:

$$p = 1 - e^{-T/T_1}, \quad (2)$$

где T_1 — актуальное значение времени когерентности кубита, T — время, затраченное квантовым компьютером на исполнение программы. Тогда **в новой модели предиктор X_1 будет заменен на выражение (2)**.

По результатам исследования была сформулирована окончательная модель, которая на языке библиотеки «statsmodels.api» будет записана следующим образом:

$$\hat{Y} = I(X_1 \cdot X_2) + I(X_1 \cdot X_3) + I(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3) + I(X_2 \cdot X_3) - 1, \quad (3)$$

где $X_1 = (1 - e^{-350/T_1})$, I — дескриптор для операции прямого перемножения переменных, '–1' — исключение свободного члена из выражения.

Выражение (3) предполагает формальную запись:

$$\hat{Y} = \beta_1(X_1 \cdot X_2) + \beta_2(X_1 \cdot X_3) + \beta_3(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3) + \beta_4(X_2 \cdot X_3). \quad (4)$$

Итоговая модель (4) демонстрирует улучшение показателей для каждого КВУ. Сохранение высоких значений погрешности объясняется объемом обучающей выборки, техническими возможностями отдельно взятого КВУ и непостоянством результата работы квантовой схемы, который всегда будет варьироваться в некотором диапазоне.

Проведем серию экспериментов, в ходе которых будет проинициализирован квантовый регистр КВУ, и предскажем значения по сформированным моделям. В случаях, когда модель предсказывает появление отрицательных значений, соответствующим позициям принудительно ставилось в соответствие '0'.

Обе модели демонстрируют хорошие результаты, равные исходным данным одного порядка, однако первая модель имеет тенденцию к получению отрицательных значений. Варьируемые показатели погрешности не критичны и объясняются вероятностной природой

Таблица 5.

Коэффициенты моделей b1 и k1 в сравнении с b2 и k2 соответственно

	«ibm_brisbane»				«ibm_kyvi»			
	Модель b1		Модель b2		Модель k1		Модель k2	
	$X1=T1$	$P> t $	$X1=1-\exp-T/T1$	$P> t $	$X1=T1$	$P> t $	$X1=1-\exp-T/T1$	$P> t $
	0.27	0.45	–	–	-0.55	0.05	–	–
X2	8019.04	0.0	–	–	2051.16	0.00	–	–
X3	-90.59	0.95	–	–	16887.61	0.0	–	–
X1·X2	–	–	10615.06	0.0	–	–	2268.38	0.0
X1·X3	–	–	6860.47	0.0	–	–	19478.28	0.0
X1·X2·X3	–	–	-627527.64	0.0	–	–	-121003.44	0.0
X2·X3	–	–	434936.14	0.0	–	–	106321.85	0.0
Intercept	26.05	0.77	–	–	124.75	0.18	–	–
R2	0.3149		0.6952		0.9303		0.9552	
RSE	108 %		91 %		60 %		53 %	

Таблица 6.

Прогнозирование схемы инициализации KBY «ibm_kyvi»

	05.03			12.03			16.03		
Кубит	Y	$\hat{Y}(k1)$	Y (k2)	Y	$\hat{Y}(k1)$	$\hat{Y}(k2)$	Y	$\hat{Y}(k1)$	$\hat{Y}(k2)$
q0	98	72	68	95	23	57	99	0	38
q1	89	213	228	316	238	239	289	452	397
q2	275	227	214	178	189	193	175	139	144
q3	76	130	126	78	50	111	83	0	54
q4	1927	1679	1426	1601	1305	1083	2074	1545	1279
q5	99	54	114	85	108	121	78	134	139
	...			...			...		
RSE:		60 %	57 %		39 %	37 %		89 %	92 %

Таблица 7.

Прогнозирование схемы инициализации KBY «ibm_brisbane»

	06.03			07.03			12.03		
Кубит	Y	$\hat{Y}(b1)$	$\hat{Y}(b2)$	Y	$\hat{Y}(b1)$	$\hat{Y}(b2)$	Y	$\hat{Y}(b1)$	$\hat{Y}(b2)$
q0	808	353	411	988	379	484	584	308	341
q1	322	265	337	364	213	263	366	306	341
q2	129	206	183	204	467	459	99	189	100
q3	853	311	359	896	355	464	1072	342	428
q4	255	196	222	251	202	225	316	229	228
q5	112	158	137	107	166	130	122	129	77
	...			...			...		
q11	2968	1346	236	2973	1246	375	3009	1279	343
q24	5128	1073	678	5140	1127	640	5073	1192	547
q28	1554	426	574	1485	369	491	1683	418	602
	...			...			...		
RSE:		126%	138%		117%	138%		116%	128%

искомого результата выполнения инициализации квантового процессора.

Результаты моделирования на KBY «ibm_brisbane» (табл. 7) указывают на наличие высокой погрешности. Более того, некоторые кубиты имеют сильные расхождения между прогнозируемым и моделируемым значениями, и как показали исследования — дело не в свойствах модели, а в качестве и стабильности некоторых квантовых состояний.

Авторы обращают внимание на кубиты №11, 24, 28 (табл. 2, табл. 7, рис. 3).

Первое предположение кратного превосходства истинных значений по отношению к предсказанным — несовершенство математической модели. Однако опытным путем установлено — активация соседних кубит по отношению к целевому вносит значительные помехи в работу квантового состояния, существенно искажая результаты его работы (например, 28 кубит искажается при активации соседнего под номером 27). Предположение было подтверждено поочередным изолированным запуском трех проблемных кубит в режиме «idle», в ходе которого на каждую дату исследования количество отклонений '1' от общего числа нулей оказалось сопостави-

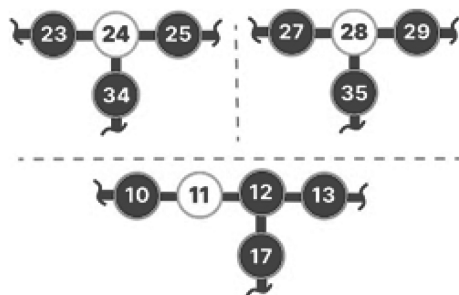


Рис. 3. Нестабильные кубиты КВУ «ibm_brisbane»

мым с результатами, представленным в табл. 2, что полностью согласуется с предсказаниями модели в табл. 7.

Если из полученных данных исключить строки с тремя неустойчивыми кубитами, то модели предсказания будут иметь погрешность: **b1** — (76 %; 73 %; 73 %), **b2** — (59 %; 88 %; 53 %). Учитывая, что даже принудительное применение вентиля Паули « $\otimes$ » не исправляет ситуацию, можно сделать обоснованное заключение о нестабильности выявленных квантовых состояний в условиях активации всего КВУ, что является аргументированным доводом в пользу их исключения из проектируемой квантовой схемы.

С подробными результатами исследований можно ознакомиться в репозитории проекта [12].

Заключение

В рамках подведения итогов выполненного исследования авторы резюмируют:

1. Сформулированный подход позволяет пользователям на начальной стадии проектирования

квантовой схемы оценить возможное качество и точность инициализации квантовых состояний, что может быть критичным для многих квантовых алгоритмов. Функционал программного комплекса QISs_Benchmark с графическим интерфейсом призван автоматизировать процесс анализа КВУ.

2. Предложенная математическая модель является универсальной, однако для каждого КВУ необходимо сформировать свой набор данных с обучающей выборкой. Модель отличается низкими требованиями к затрачиваемым вычислительным ресурсам — для выявления неустойчивых кубит на КВУ «ibm_brisbane» полное время работы квантовой схемы составило 6 секунд. Модель является наглядной, предоставляя однозначно интерпретируемые результаты, которые могут быть в дальнейшем верифицированы.
3. Для улучшения качества и свойств предложенной модели требуется увеличение обучающей выборки. Однако, в условиях накладываемых ограничений по времени работы облачных КВУ на одного пользователя накопление данных может оказаться продолжительным по времени.
4. Полученные результаты востребованы в случаях необходимости точной инициализации квантового регистра, что зачастую требуется во многих квантовых алгоритмах, в том числе в рамках моделирования задач выработки и распределения двоичных последовательностей между пользователями в случаях, когда задействуются вычислительные возможности рассматриваемых квантовых систем [9, 10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Крючков А.А., Комогоров К.Е. Неочевидные аспекты бенчмарка квантовых вычислительных устройств на примере генерации случайных чисел // Правовая информатика. 2024. №4. С. 42–51.
2. Proctor T., Young K., D. Baczewski A., Blume-Kohout R. Benchmarking quantum computers: [Электронный ресурс]. arXiv. 2024. Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2407.08828> (дата обращения: 15.05.2025).
3. Amico M., Zhang H., Jurcevic P. et al. Defining Standard Strategies for Quantum Benchmarks: [Электронный ресурс]. IBM Publications. 2023. Режим доступа: <https://research.ibm.com/publications/defining-standard-strategies-for-quantum-benchmarks> (дата обращения: 15.05.2025).
4. Acuaviva A., Aguirre D., Pena R., Sanz M. Benchmarking Quantum Computers: Towards a Standard Performance Evaluation Approach: [Электронный ресурс]. arXiv. 2024. Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2407.10941> (дата обращения: 15.05.2025).
5. Eisert J., Hangleiter D., Walk N. et al. Quantum certification and benchmarking. *Nat Rev Phys*, 2, (2020), 382–390.
6. Darwish A., Grossi M., Vallecorsa S., Di Meglio A. A scalable, more extensible architecture for ABAQUS. // EU open Research Repository: [Электронный ресурс]. — 2023. — Режим доступа: <https://zenodo.org/records/7528880> (дата обращения 20.09.24).
7. Патент № RU2025613655 Российская Федерация, QISs_v.0.3.9: N 2025611456: заявл. 28.01.2025: опубл. 13.02.2025 / Крючков А.А. // ФИПС: [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://www1.fips.ru/iiss/document.xhtml?faces-redirect=true&id=d8610a444bffcfa589893984d1fc4eb2> (дата обращения: 01.03.2025).
8. Rawlings J., Pantula S., Dickey D. Applied Regression Analysis: A Research Tool. — 2nd ed. — (Springer texts in statistics), 1998. 657p. ISBN 0-387-98454-2.
9. Гушанский С.М., Потапов В.С., Коваленко М.С. Разработка и исследование программного обеспечения и методов построения квантовых алгоритмов для решения задач NP класса // Вестник Адыгейского государственного университета. 2021. №2 (281). С. 56–65.
10. Баранов В.В., Ромашенко В.В., Цыгулев И.Н. Разработка обучающей системы моделирования и демонстрации криптографических протоколов квантового распределения ключа // Инженерный вестник Дона. 2023. №5.
11. Платформа облачных квантовых вычислений // IBM Quantum Platform. [Электронный ресурс]. — URL: <https://quantum.ibm.com/> (дата обращения 19.05.25).
12. Репозиторий проектов Github. Результаты экспериментов. [Электронный ресурс]. — URL: [https://github.com/cyberravenman/QISs/tree/main/Expierement/Result_%2B_exp\(-T1\)](https://github.com/cyberravenman/QISs/tree/main/Expierement/Result_%2B_exp(-T1)) (дата обращения: 19.05.25).