DOI 10.37882/2223-2966.2024.10.28

СВОЙСТВО РАСШИРЕННОЙ МАСШТАБНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ В ДИНАМИКЕ ЧИСЕЛ ВОЛЬФА

PROPERTY OF EXTENDED SCALE INVARIANCE IN THE DYNAMICS OF WOLF NUMBERS

E. Ledovskaya
A. Vysotskaya
A. Goryachev
E. Pronina

Summary. One of the features of the Sun is almost periodic, regular changes in various manifestations of solar activity. The most well-known phenomenon is sunspots, areas with a strong magnetic field and low temperature, the number of which is determined by Wolf numbers. The relevance of studying solar activity and predicting its changes is since this knowledge allows us to describe the future, current and past states of the atmosphere. The purpose of the study is to study the Kolmogorov structural functions based on Wolf numbers. The problem of studying the dynamics of Wolf numbers is solved. A hypothesis is put forward that two qualitatively different ranges can be distinguished in the structural functions. To identify hidden periodicities, the following methods of studying structural functions are used: boundaries of scale invariance ranges, phase change points, maxima and minima. As a result of the calculations, it is shown that the property of extended scale invariance is manifested in the dynamics of Wolf numbers, it is expressed in the form of power interdependencies of structural functions of different orders, not only in the range of classical self-similarity, but even beyond it. If simple self-similarity is typical for average monthly data, then intermittency is possible in daily dynamics. The property of extended scale invariance indicates the presence of long-range correlations in the dynamics of Wolf numbers and the interrelationship of all solar activity cycles.

Keywords: Wolf's numbers, structural function, scaling, extended self-similarity, intermittency, long-range correlation.

Ледовская Екатерина Валерьевна
кандидат технических наук, доцент, Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва
ekvaled@mail.ru
Высоцкая Анна Аркадьевна
Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва
anVys@mail.ru
Горячев Антон Александрович
Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва
gorjat.anton@mail.ru
Пронина Елена Николаевна
кандидат экономических наук, доцент, Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва
pvi173@rambler.ru

Аннотация. Одной из особенностей Солнца являются почти-периодические, регулярные изменения различных проявлений солнечной активности. Наиболее известное явление — это солнечные пятна, области с сильным магнитным полем и пониженной температурой, количество которых определяется числами Вольфа. Актуальность изучения солнечной активности и предсказание ее изменения связана с тем, что эти знания позволяют описывать будущее, текущее и прошлое состояния атмосферы. Цель исследования — изучение структурных функций Колмогорова на базе чисел Вольфа. Решается задача изучения динамики чисел Вольфа. Выдвинута гипотеза, что в структурных функциях можно выделить два качественно различающихся диапазона. Для выявления скрытых периодичностей использованы методы исследования структурных функций: границы диапазонов масштабной инвариантности, точки изменения фаз, максимумы и минимумы.
В результате проведённых расчетов показано, что в динамике чисел Вольфа проявлено свойство расширенной масштабной инвариантности, оно выражается в виде степенных взаимозависимостей структурных функций различных порядков, причем не только в диапазоне классической автомодельности, но даже за его пределами. Если для среднемесячных данных характерна простая автомодельность, то в ежедневной динамике возможна перемежаемость. Свойство расширенной масштабной инвариантности свидетельствует о наличии в динамике чисел Вольфа дальних корреляций и взаимосвязанности всех циклов солнечной активности.

Ключевые слова: числа Вольфа, структурная функция, автомодельность, скейлинг, расширенная масштабная инвариантность, перемежаемость, дальние корреляции.

Введение

При проведении эксперимента по исследованию турбулентности в аэродинамической трубе итальянский физик Роберто Бензи (Roberto Benzi, 1990) обнаружил свойство расширенной масштабной инвариантности [9].

Свойство расширенной или обобщённой масштабной инвариантности выражается в виде степенных взаимозависимостей структурных функций различных порядков S_q, причем не только в диапазоне автомодельности, который в теории турбулентности называют инерционным, но даже за его пределами. Причины подобного явления до сих пор не совсем понятны.

Свойство расширенной масштабной инвариантности обнаружено в различных областях знаний: при исследовании поля скоростей турбулентного потока [9], в турбулентных пограничных слоях лабораторной и магнитосферной плазмы [1], электрического поля в грозовой облачности [3], каталога землетрясений [5, 6], турбулентных флуктуаций в солнечном ветре и магнитослое [4], в динамике мировых цен на золото 10], в корреляционном анализе мезомасштабной изменчивости водяного пара [11]. Наблюдается оно также и в динамике солнечной цикличности, в частности, в динамике чисел Вольфа.

Свойство расширенной масштабной инвариантности, его проявление в прикладных исследованиях

Свойство масштабной инвариантности представляет наиболее важную особенность фракталов. Фрактал относится к объектам, состоящим из частей, повторяющих форму исходного объекта. При наблюдении на мелком масштабе можно обнаружить ту же структуру, что и на большом масштабе, поэтому почти невозможно точно узнать, в каком масштабе происходит наблюдение.

Свойство масштабной инвариантности называют также самоподобием. Иначе говоря, самоподобие можно описать как инвариантность при подходящем масштабировании времени и пространства [7]. В диапазоне классической масштабной инвариантности реализуется степенной закон зависимости структурной функции S от временного лага τ:

$$S(\tau) = A\tau^{\gamma}. \quad (1)$$

Параметр A можно интерпретировать как начальный уровень структурной функции. Второй параметр γ, показатель степенной зависимости или аллометрии, называют скейлинг. График степенной зависимости (1), построенный в полулогарифмических координатах, спрямляется. Нормируя структурную функцию начальным уровнем, перейдем к безразмерному показателю $\frac{S}{A}$. Тогда

$$\ln\left(\frac{S}{A}\right) = \gamma \ln(\tau). \quad (2)$$

На графике структурной функции в полулогарифмических координатах значение параметра γ совпадает с угловым коэффициентом. Поведение структурных функций различных порядков оказывается схожим: подобные степенные зависимости справедливы для каждой из них,

$$\ln\left(\frac{S_q}{A_q}\right) = \gamma(q)\ln(\tau),$$

здесь величина скейлинга γ зависит от порядка структурной функции q. В результате степенной закон будет связывать не только S и τ, взаимосвязанными становятся и сами структурные функции различных порядков:

$$S_q \sim S_m^{\frac{\gamma(q)}{\gamma(m)}}.$$

Примеры структурных функций $S_q(\tau)$, построенные различными авторами [4], [6], [10], [11] для разнообразных прикладных задач воспроизводятся на графиках рис. 1, 2.

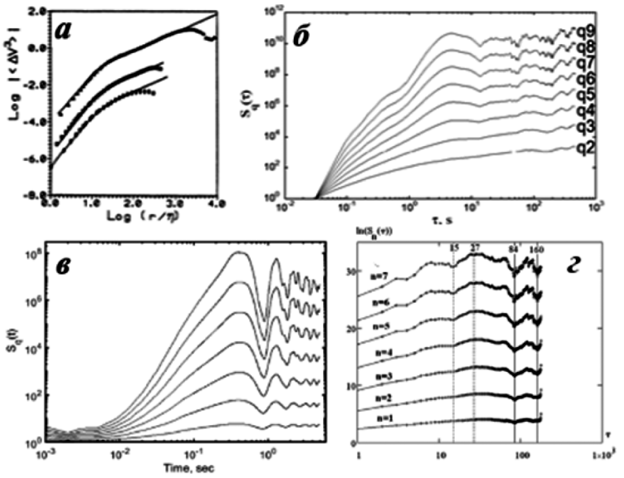

Рис. 1. Графики структурных функций S_q (τ) в логарифмической системе координат для а) турбулентного потока с Re=300000, Re=47000, Re=6000 [9], б) флуктуаций потока ионов солнечного ветра [4], в) сейсмоакустического сигнала [6], г) среднемесячных мировых цен на золото [10]

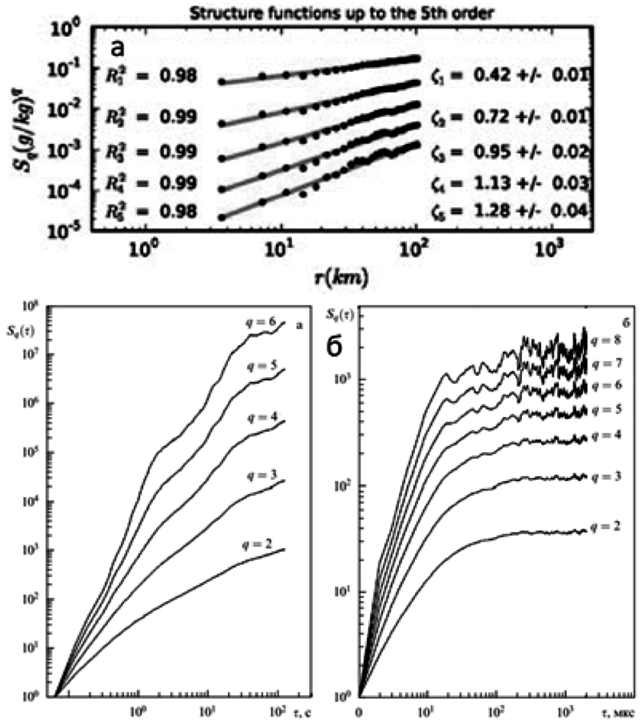

Рис. 2. Графики структурных функций S_q (τ) в логарифмической системе координат для а) изменчивости водяного пара [11], б) магнитного поля у магнитопаузы и плотности плазмы [1]

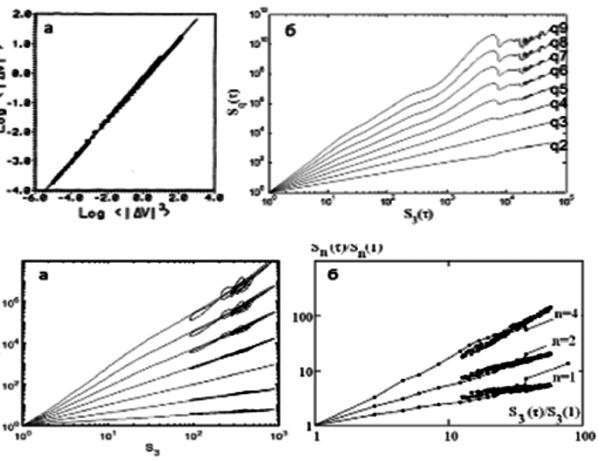

Рис. 3. Графики структурных функций S_n (τ) в зависимости от S_3 (τ) для а) турбулентного потока с Re=300000, Re=47000, Re=6000 [9], б) флуктуаций потока ионов солнечного ветра [4], в) сейсмоакустического сигнала [6], г) среднемесячных цен на золото [10]

Как правило, авторы указанных выше работ по умолчанию полагают *m*=3, иными словами, устанавливают степенные зависимости между структурными функциями S_q и функцией третьего порядка S_3,

$$S_q \sim S_3^{\frac{\gamma(q)}{\gamma(3)}},$$

где $\gamma(q)$ – обобщенный скейлинг, рис. 3, 4.

Далее будет показано, что свойство расширенной масштабной инвариантности наблюдается также в солнечной цикличности, в частности, в динамике чисел Вольфа.

Свойство расширенной масштабной инвариантности в динамике чисел Вольфа

Рассмотрим свойство расширенной масштабной инвариантности на примере чисел Вольфа [2]. Зависимости структурных функций чисел Вольфа $S_q(\tau)$ от масштаба τ для различных значений порядка *q* показаны на рис. 5.

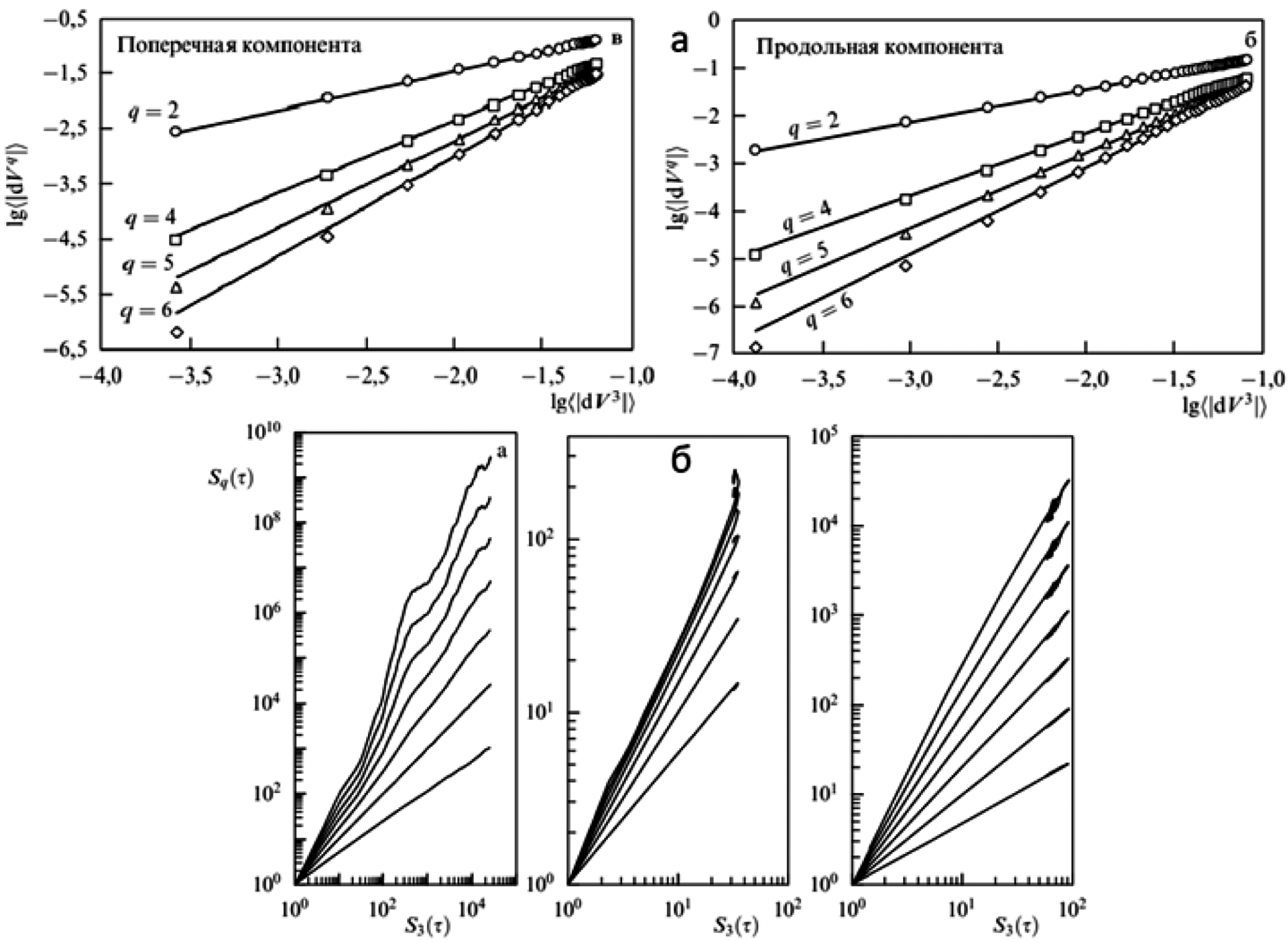

Рис. 4. Графики структурных функций S_n (τ) в зависимости от S_3 (τ) для а) флуктуаций поперечной и продольной компонент скорости в турбулентных потоках в большом диапазоне чисел Рейнольдса [3], б) магнитного поля у магнитопаузы и плотности плазмы [1]

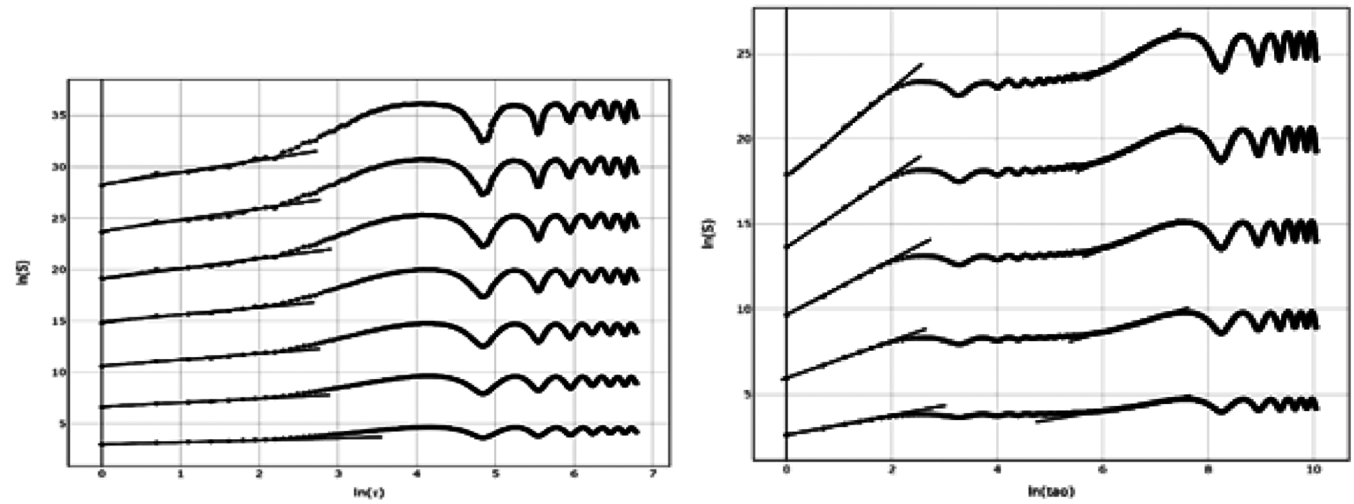

Рис. 5. Структурные функции чисел Вольфа $S_q(\tau)$ в логарифмических координатах, слева — среднемесячные данные, справа — ежедневные [2]

Все графики, приведенные на рис. 5, построены в логарифмической системе координат. Степенные зависимости в такой системе координат спрямляются. Поэтому линейный характер участков графиков на рис. 5, является подтверждением адекватности степенного закона, применяемого в качестве математического описания зависимостей структурных функций $S_q(\tau)$ от временного лага τ в соответствующем диапазоне.

Для того чтобы установить порядок m структурной функции, которая будет играть роль τ, иначе говоря, роль «эталонного метра», рассмотрим взаимосвязь скейлинга $\gamma Ł$ порядка структурных функций <<Eqn0023.eps>>.

Линейный характер взаимосвязи скейлинга и порядка структурных функций

Функции $\gamma(q)$ для среднемесячной и ежедневной динамики чисел Вольфа представлены на рис. 6, который показывает, что зависимость скейлинга от порядка структурных функций $\gamma(q)$ имеет линейный характер.

Аппроксимация этой линейной зависимости функцией вида $\gamma(q) = \frac{q}{m}$ приводит к следующему соответствию между структурными функциями:

$$S_q \sim S_m^{\frac{q}{m}}$$

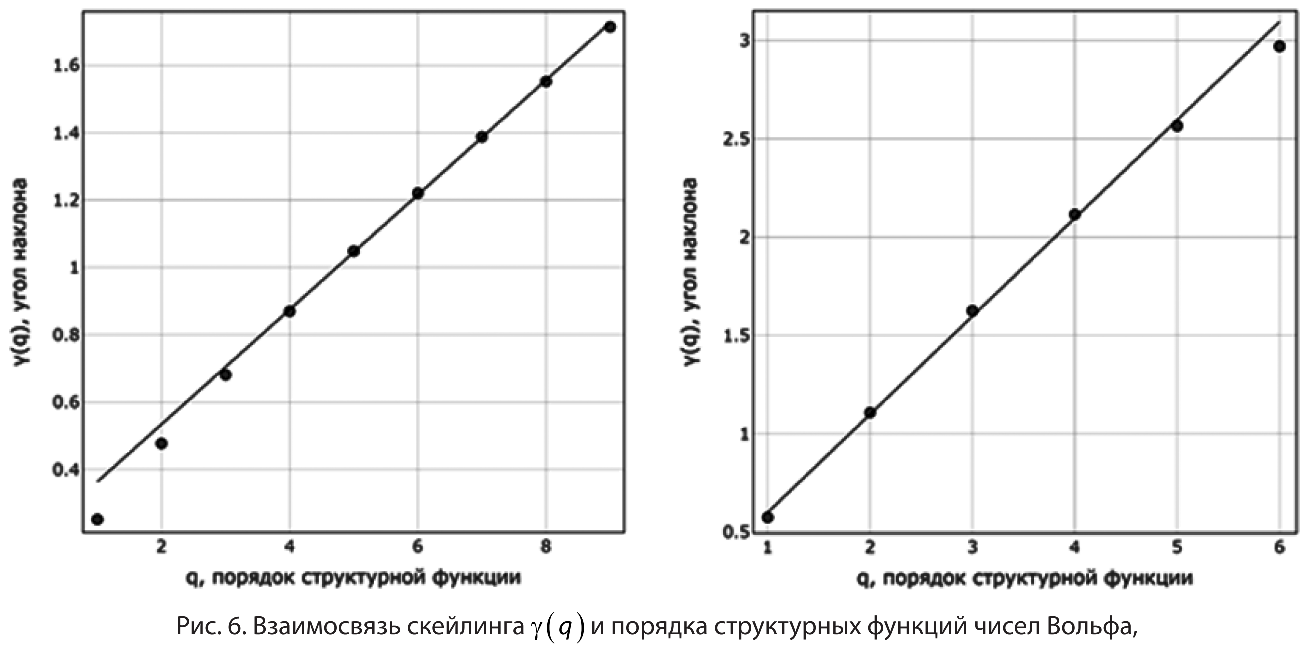

Рис. 6. Взаимосвязь скейлинга $\gamma(q)$ и порядка структурных функций чисел Вольфа, слева среднемесячные данные, справа — ежедневные

В результате роль временного лага τ будет играть структурная функция m-го порядка. Для ежедневных данных – S_2, для среднемесячных – S_5.

В скейлинге или показателе аллометрии $\gamma(q)$ интегрально содержится информация о статистических свойствах процесса. Линейный характер функции $\gamma(q)$ является признаком простой автомодельности без перемежаемости [8], когда нет перемешивания регулярных режимов и хаотических.

Дальние корреляции в динамике чисел Вольфа

Графики зависимостей структурных функций $S_1(\tau), S_2(\tau), S_3(\tau), \ldots$ от структурной функции $S_m(\tau)$ для среднемесячной и ежедневной динамики чисел Вольфа показаны на рис. 7.

Графики рис. 7 демонстрируют практически функциональную взаимозависимость структурных функций различных порядков, вида $S_q \sim S_m$ и выявляют свойство обобщенной масштабной инвариантности чисел Вольфа. Линейная в логарифмических координатах зависимость видна почти на всех порядках изменения масштаба по оси абсцисс. На правом рис. 7 можно заметить отклонение «хвостов» графиков структурных функций от теоретической степенной зависимости, что говорит о присутствии перемежаемости в ежедневной динамике чисел Вольфа. Еще одним подтверждением возможного наличия перемежаемости в данных является начавшееся, едва заметное отклонение скейлинга от линейной зависимости (рис. 6). Более детальное изучение этого вопроса станет предметом последующего исследования.

По мнению авторов, развивающих направление исследования, связанное с обобщенной масштабной инвариантностью [9-11], свойство обобщенной масштабной инвариантности (автомодельность или самоподобие) свидетельствует о наличии скрытой статистической симметрии, которая и обеспечивает инвариантность процесса в широком диапазоне масштабов. В таком процессе формируются особые корреляционные свойства. Они выражаются в том, что процесс характеризуется не единственным масштабом (времени или пространства), на котором корреляции медленно спадают, а целым диапазоном масштабов, с характерной для него степенной зависимостью от масштаба и дальними корреляциями [9].

Выводы

В динамике чисел Вольфа проявлено свойство расширенной масштабной инвариантности; данный эффект выражается в виде степенных взаимозависимостей структурных функций различных порядков, не только в классическом диапазоне автомодельности, но и за его пределами;

для среднемесячных данных характерна простая автомодельность, тогда как в ежедневной динамике возможна перемежаемость;

свойство расширенной масштабной инвариантности свидетельствует о наличии в динамике чисел Вольфа дальних корреляций и взаимосвязанности всех циклов солнечной активности.

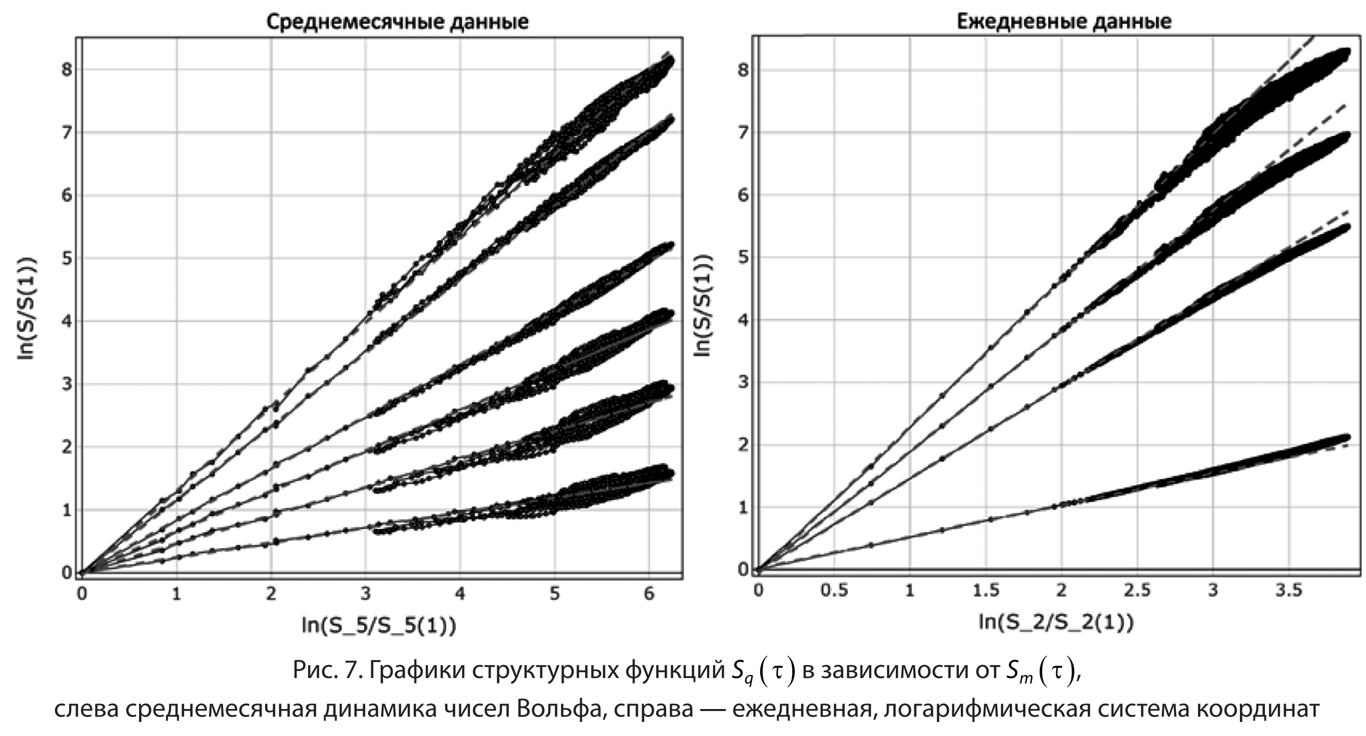

Рис. 7. Графики структурных функций $S_q(\tau)$ в зависимости от $S_m(\tau)$,
слева среднемесячная динамика чисел Вольфа, справа — ежедневная, логарифмическая система координат

ЛИТЕРАТУРА

1. Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М. Наблюдения перемежаемости и обобщённого самоподобия в турбулентных пограничных слоях лабораторной и магнитосферной плазмы: на пути к определению количественных характеристик переноса. / УФН, 2011, том 181, № 9, с. 905–952.
2. Высоцкая А.А., Пронина Е.Н. Динамика чисел Вольфа и структурные функции Колмогорова / Журнал Современная наука: актуальные проблемы теории и практики: Серия «Естественные и технические науки», № 8, 2023 г., с. 49–54.
3. Краснова И.А., Ерохин Н.С., Зольникова Н.Н., Михайловская Л.А. Анализ обобщенной масштабной инвариантности для электрической турбулентности в грозовой облачности. / Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2013. Т.10, № 3, с.114–121.
4. Рязанцева М.О., Застенкер Г.Н., Будаев В.П. и др. Свойства мелкомасштабных турбулентных флуктуаций в солнечном ветре и магнитослое. // Девятая ежегодная конференция Физика плазмы в Солнечной системе, ИКИ РАН, 2014
5. Сычев В.Н., Мищенко М.А., Имашев С.А., Чешев М.Е. Оценка масштабов дальних корреляций по сигналам сейсмоакустической эмиссии приповерхностных осадочных пород на Камчатке. / Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 29. № 4. С.190–200
6. Сычев В.Н. Дальние корреляции в каталогах землетрясений и в измерениях сейсмического и сейсмоакустического шума, Вестник КРСУ, 2016, Том 16, № 1, с. 168–171.
7. Федер Е. Фракталы. — М.: Мир, 1991. — 262 с.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 528 стр.
9. Benzi R., Ciliberto S., Tripiccione R., Baudet C., Massaioli F., Succi S. Extended self-similarity in turbulent flows. / Physical Review E 48, R29(R) — Published 1 July 1993.
10. Dzerjinsky R.I., Pronina E.N., Dzerzhinskaya M.R. The Structural Analysis of the World Gold Prices Dynamics. // In Computer Science On-line Conference (CSOC) 2020/ R.Silhavy (Ed): Artificial Intelligence and Bioinspired Computational Methods, AISC, vol. 1225, pp. 352–365, 2020. Springer Nature Switzerland AG 2020. Режим доступа: https://doi.org/10.1007/978-3-030-51971-1_29
11. Fischer L., Craig G.C., Kiemle C. Horizontal structure function and vertical correlation analysis of mesoscale water vapor variability observed by airborne lidar. JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH: ATMOSPHERES, VOL. 118, 7579–7590, doi:10.1002/jgrd.50588, 2013.