DOI 10.37882/2223–2966.2023.02.27

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ

Магомедов Курбан Ахмедович
Доктор технических наук, профессор.
Государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дагестанский государственный университет народного хозяйства», г. Махачкала
mka-igumo@mail.ru

MATHEMATICAL MODEL OF INFORMATION INFLUENCE

K. Magomedov

Summary. A mathematical model is proposed that allows one to study the dynamics of informational influence not only at a fixed point in an abstract environment, but also its distribution in an active, heterogeneous environment called social space. The social stratification of agents on various grounds characterizes the heterogeneity of the environment. The heterogeneity of the environment is modeled on the basis of rank signs of social inequality of agents: education, income, age, etc. Using the analogy method, the study of the process of information influence is replaced by the study of nonlinear heat conduction. A method for identifying a measure of distance between elements of a heterogeneous social space is proposed.

Keywords: heterogeneous social space, distribution of influence, environmental resistance, social inequality, analogy method, functional-operator approach, piecewise linear differential equations.

Аннотация. Предложена математическая модель, позволяющая исследовать динамику информационного влияния не только в фиксированной точке абстрактной среды, но и его распространение в активной, неоднородной среде, называемой социальным пространством. Социальная стратификация агентов по различным признакам характеризует неоднородность среды. Неоднородность среды моделируется на основе ранговых признаков общественного неравенства агентов: образования, дохода, возраста и др. По методу аналогий исследование процесса информационного влияния заменяется исследованием нелинейной теплопроводности. Предложен способ идентификации меры расстояния между элементами неоднородного социального пространства.

Ключевые слова: неоднородное социальное пространство, распространение влияния, сопротивление среды, общественное неравенство, метод аналогий, функционально-операторный подход, кусочно-линейные дифференциальные уравнения.

Введение

Цель данной работы заключается в создании математической модели для количественной оценки распространения социально-экономических явлений в обществе. Основное внимание уделено распространению влияния, порождаемого как внешними к социуму источниками, так и внутренним взаимодействием отдельных ее индивидов (агентов) между собой в неоднородной социальной среде.

Социальная среда в силу стратификации ее носителей по-разному реагирует на распространение влияния: ускоряет, тормозит или остается нейтральной.

Одной из главных задач является формализация процесса описания неоднородности среды на основе объективных данных о ее изменчивости. Такая формализация возможна, в частности, если воспользоваться методом аналогий.

С учетом имеющегося опыта математического моделирования процессов нелинейной теплопроводности, в качестве аналога в работе исследована модель распространения тепла в многослойной анизотропной среде.

Под средой подразумеваем совокупность элементов (агентов), например, физических лиц, взаимодействующих между собой. Каждая фиксированная точка среды характеризуется определенными значениями некоторых признаков его элементов (агентов).

Для описания процесса передачи некоторого свойства от одного агента к другому часто используется термин «диффузия». В контексте рассматриваемой нами проблемы целесообразнее использовать термин «социальное влияние». Социальное влияние сопровождается, в частности, изменением поведения или мнения индивида в результате целенаправленного воздействия, например, информационного.

Введем также понятия нормативного влияния: которое «связано с социальным давлением, с правилами общепринятого и ожидаемого поведения» [4].

Для исследования динамики распространения влияния в неоднородном социальном пространстве необходимо количественно оценить его параметры.

Известно множество исследований связанных с количественной оценкой процессов распространения

Таблица 1.

Классическая модель теплопроводности (одномерная)	Идентификация параметров предлагаемой модели	
$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < +\infty, t > 0,$ u(x,0)=ψ(x), 0<x<∞ u(0, t)=μ(t) 0<t<∞, где:	$\frac{\partial N(p,t)}{\partial t} = g^2(N(p,t))\frac{\partial^2 N(p,t)}{\partial p^2},$ $0 < p < +\infty, t > 0,$ N(p,0)=ψ(p), 0<p<∞, N(0, t)=μ(t) 0<t<∞ где:	(1)
t — время,	t — время,	
x — пространственная координата,	p –число агентов в социуме,	
u — температура,	$N(p, t)$ — число агентов, воспринявших влияние,	
a^2 — температуропроводность	$g^2(N(p, t))$ — сопротивление среды распространению влияния,	
$u(x,0)=\psi(x)$, $0<x<\infty$ — начальное условие $u(0, t)=\mu(t)$ $0<t<\infty$, граничное условие	$N(p,0)=\psi(p)$, $0<p<\infty$, информационное влияние $N(0, t)=\mu(t)$ $0<t<\infty$, нормативное влияние	(2)

в социуме болезней, слухов, инноваций и др. Однако в этих работах не учитывается неоднородность среды, а исследуется только процесс изменения некоторого явления в фиксированной точке среды.

В данной работе предлагается математическая модель, позволяющая исследовать динамику информационного влияния не только в фиксированной точке абстрактной среды, но и его распространение в активной, неоднородной среде, называемой социальным пространством.

Для количественной оценки характеристик социального пространства рассмотрим теорию П.А. Сорокина по которой, социальная стратификация — это пространство в социуме, где точками отсчета являются статусы различных агентов. Социальное неравенство определяется тремя направлениями: экономикой, политикой и профессиональной деятельностью. Расслоение в обществе создают также возраст, образование и др. [3].

Схожий подход к характеристике неоднородности общества предложил американский социолог П. Блау [5]. Он разделил неоднородность общества, на две базовые характеристики — гетерогенность и неравенство.

Лавинообразный рост информационно-коммуникационных технологий ведет к соответствующему росту скорости распространения влияния в обществе.

Исследование адекватной математической модели для прогнозирования и управления влиянием в обществе является актуальной задачей.

Математическая модель распространения влияния

Исследуемые нами процессы изменяются не только во времени, но и в неоднородном социальном пространстве. В качестве аналога в работе исследуется модель распространения тепла в многослойной анизотропной среде.

Рассмотрим идентификацию параметров, характеризующих компоненты аналога (классической модели теплопроводности) и предлагаемой моделей на количественном уровне (таблица 1).

Здесь сформулирована начально-краевая задача Коши для уравнения теплопроводности на полупрямой с граничными условиями первого рода: необходимо найти функцию $N(p, t)$ при граничных условиях (2). Численное решение уравнения (1) будем искать, пользуясь функционально-операторным подходом, описанном в [1]. Функционально-операторный подход позволяет учесть изменения параметров путем нелинейных преобразований переменных в классических уравнениях теплопроводности, формируемых, в частности, с помощью кусочно-линейных операторов.

Можно записать исходные дифференциальные уравнения в виде

$$\Psi\left[\partial N/\partial t,\ \partial N/\partial p,\ \partial^2 N/\partial p^2,\ f(p,t)\right] = $$
$$= 0,\ \ 0 < p < \infty,\ 0 < t < T. \qquad (3)$$

После введения в (3) кусочно-линейных операторов, которые описаны ниже, получим уравнения

$$\Psi\left[\varphi_1(\partial N/\partial t),\ \varphi_2(\partial N/\partial p),\ \varphi_3(\partial^2 N/\partial p^2),\ f(p,t)\right]=0,$$

$$0<p<\infty,\ 0<t<T. \qquad (4)$$

Переходя к одной из канонических форм для таких уравнений, приведенных в [1], получим:

$$\frac{\partial N(p,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial}{\partial p}\varphi(N(p,t))\right). \qquad (5)$$

Разнообразие агентов по какому-то признаку характеризуется обобщенным расстоянием, которое зависит от сопротивления среды.

Очевидно, что различным значениям пространственной координаты p должны соответствовать различные значения признака общественного неравенства агентов. Исследователь должен задать некоторую зависимость $\varphi(N(p,\ t))$ сопротивления среды адекватно изменению моделируемого признака общественного неравенства.

Имея эмпирические данные об изменчивости сопротивления среды распространению влияния зададим кусочно-линейный непрерывный оператор φ:

$$\varphi\left[N(p,t)\right]=b+\alpha_0 N(p,t)+\sum_{j=1}^{s}\alpha_j\left|N(p,t)-a_j\right|, \qquad (6)$$

который разделяет социальное пространство на сегменты с различной восприимчивостью агентов к влиянию.

Реакция (активность агентов) к восприятию влияния будет зависеть от сопротивления среды.

Оператор (6) строится по системе узлов $\{a_j\}$ с коэффициентами b, α_0, $\alpha_0 \in R^1$, причем s — это количество узлов в операторе. Особенности построения оператора (6) приведены в [2].

Ниже, на рис. 1 этот оператор представлен в виде ломанной линии. В соответствии с уравнением (5) от сегмента к сегменту параметр моделируемого общественного неравенства изменяется скачком.

С учетом характера решаемой задачи исследователь задает абсциссы и ординаты оператора $\varphi(a_p)$. Например, при формализации такого показателя общественного неравенства как доход, можно предположить, что слои населения с низким доходом более подвержены влиянию. Вероятно, аналогичные рассуждения справедливы и для такого показателя общественного неравенства как уровень образования.

Возраст, как показатель неравенства, можно условно разделить, например, на несколько промежутков, в крайних из которых находятся субъекты менее подверженные влиянию, и т.д.

Приведенные рассуждения требуют обоснования методами гуманитарных и экономических наук, что выходит за рамки данной статьи.

Объединяя уравнения (5) и (6) составим явную разностную схему

$$N_m^{n+1}=N_m^n+$$
$$\frac{\tau(b_1+\alpha_{01}N_{m+2}^n+\alpha_{j1}\left|N_{m+2}^n-a_{j1}\right|-2(b_1+\alpha_{01}N_{m+1}^n+\alpha_{j1}\left|N_{m+1}^n-a_{j1}\right|)}{h^2}+$$
$$+\frac{\tau(b_1+\alpha_{01}N_m^n+\alpha_{j1}\left|N_m^n-a_{j1}\right|)}{h^2},$$
$$m=1,2,\dots M,\quad n=1,2,\dots N, \qquad (7)$$

которая позволяет моделировать процессы в ограниченной области.

Численный эксперимент

Пример. Предположим, что социальное пространство состоит из агентов с различным возрастом. Необходимо исследовать какое количество агентов изменило свое отношение к некоторому событию в результате информационного и нормативного влияния. Предполагается также, что с увеличением возраста активность агентов в изменении отношения к событию (восприятию влияния) сначала возрастает, а затем снижается.

Граничное условие $N(p,0)=\psi(p)$ задает уровень информационного влияния. Его интенсивность поддерживается постоянной во времени и действует только границе социума. Внутри социума происходит только передача влияния между агентами. При необходимости можно задавать различную интенсивность информационного влияния в различных сегментах социума.

Начальное условие $N(0,\ t)=\mu(t)$ задает уровень нормативного влияния. Его интенсивность поддерживается постоянной во времени и действует на весь социум. При необходимости можно задавать различную интенсивность нормативного влияния в различные промежутки времени.

Зададим уровни влияния: $N(0,t)=5000$, а $N(p,0)=1000$. Эти числа характеризуют максимальное число агентов, которые могут подвергнуться влиянию, соответственно, нормативному или информационному.

Таблица 2.

a_i		250	00	0	000
$\varphi(a_i)$		00	000	000	000

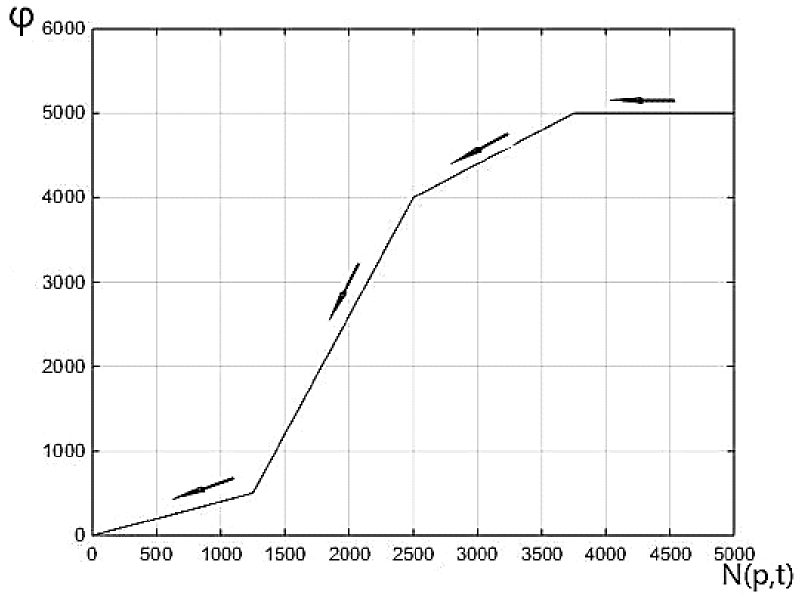

Рис. 1. Кусочно-линейный оператор, характеризующий разнонаправленное чередование тенденций в изменении сопротивления среды, определяемое возрастом индивидов.

Число диапазонов и последовательность чередования сегментов с различными значениями сопротивления среды распространению влияния, зависит от имеющихся у исследователя фактических данных о вариативности исследуемого параметра. Зададим область определения кусочно-линейного оператора (6) в четырех сегментах: $N(p,t) \in [0…1250)$, $N(p,t) \in [1250…2500)$, $N(p,t) \in [2500…3750)$ и $N(p,t) \in [3750…5000]$ в соответствии с таблицей. Дополнительные точки с абсциссами 0 и 5000 определяют поведение оператора за пределами области определения. Каждый их указанных сегментов соответствует определенному сопротивлению среды (возрасту индивидов), таблица 1.

На рис. 1 приведено графическое изображение оператора (6), характеризующего разнонаправленное чередование тенденций в изменении сопротивления среды распространению исследуемого влияния. Такое чередование имеет место при изменении на противоположный тенденции в изменении некоторого признака общественного неравенства.

Область определения искомой функции $N(p_m, t_n)$ покроем расчетной сеткой с узлами в точках $t_n = n\tau$ и $p_m = mh$, где τ и h шаги сетки соответственно, по времени и пространству.

Зададим шаг по пространственной координате, который характеризует степень детализации различий в возрасте агентов $h = 1$. В рассматриваемом примере максимальному значению пространственной переменной p_m = 75 лет, соответствует максимальное значение индекса $m = p_m/h$ = 75/1 = 75. Примем минимальное значение индекса $m = 14$ лет.

Для обеспечения устойчивости явной разностной схемы (7) зададим шаг по времени $\tau = 0.1$. Предположим, что такая величина τ соответствует 3 часам. Тогда для исследования процесса распространения влияния в диапазоне вариативности переменной «время» в пределах $t_n \in$ [0…1 год], максимальное значение индекса n должно составить N = 365x24 = 8760/3 = 2920. Пусть N = 3100. Таким образом, задача Коши решается на интервалах $t_n = n\tau$, $n \in [1, N]$, $p_m = mh$, $m \in [5, M]$, где N = 3100, M = 75.

Зависимости, приведенные на рис. 2 демонстрируют разнонаправленный характер изменения сопротивления среды активности индивидов к изменению своего

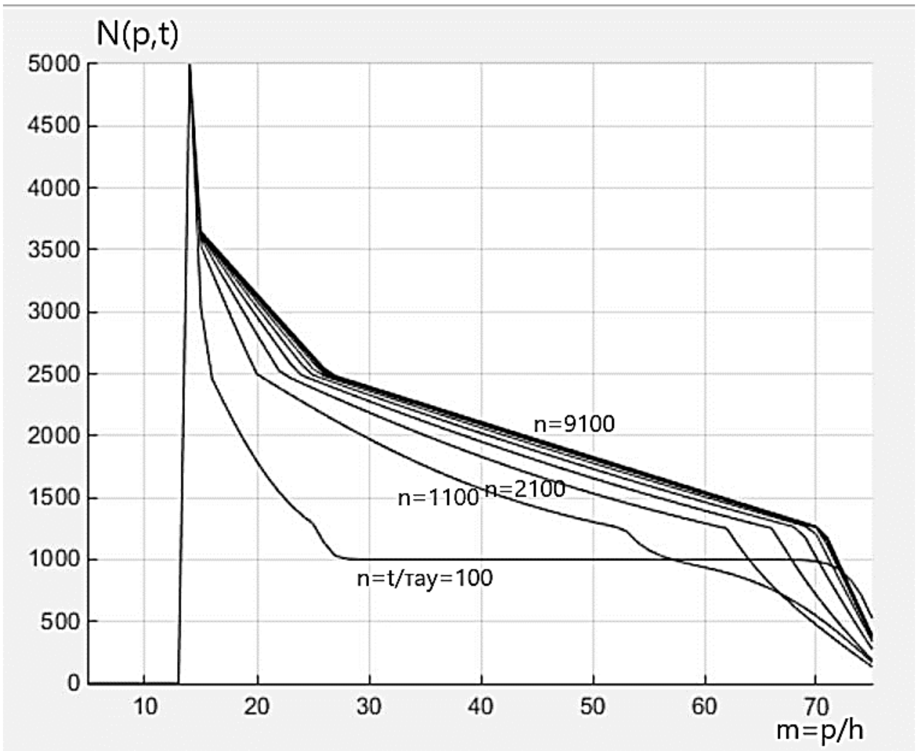

Рис. 2. Зависимость числа агентов, подвергшихся влиянию и изменивших свое отношение к некоторому событию от их возраста. Различные кривые соответствуют различным моментам времени.

отношения к некоторому событию (влиянию). Сегменту области определения оператора (6) при $N(p_m,\ t_n) \in$ [3750…5000] на рис. 1 соответствует горизонтальная прямая с нулевым углом наклона, которая соответствует бесконечно большому сопротивлению среды. На рис. 2 этому участку оператора (6) соответствует вертикальная прямая с началом в точке, соответствующей ординате $N = 5000$.

Затем в сегменте $N(p_m,\ t_n) \in$ [2500…3750), на рис. 2 угол наклона оператора увеличивается, сопротивление среды уменьшается, а количество агентов изменивших свое отношение к некоторому событию падает медленнее, что и наблюдается на рис. 2, например, при рассмотрении зависимости для временного слоя n=2100 в социумах при $m \in$ [14…25]. Этот сегмент соответствует молодым индивидам. Далее, в сегменте $N(p_m,\ t_n) \in$ [1250…2500), угол наклона оператора увеличивается еще больше, чем в предыдущем сегменте, сопротивление среды становится еще меньше и количество агентов изменивших свое отношение к некоторому событию падает медленнее.

Такая тенденция наблюдается на рис. 2 для временного слоя n = 2100 при $m \in$ (25…65]. И, наконец, в сегменте $N(p_m,\ t_n) \in$ [0…1250) тенденция меняется на противоположную и сопротивление среды растет. Этот сегмент соответствует старшему поколению и как видно из рис. 2 для n = 2100 при $m \in$ (65…75] количество агентов, изменивших свое отношение к некоторому событию, уменьшается с большей скоростью.

На рис. 2 точки изломов в зависимости от возраста числа агентов, подвергшихся воздействию и изменивших свое отношение к некоторому событию соответствуют границам сегментов области определения кусочно-линейного оператора (6) (границам социумов с различным возрастом), графическое изображение которого приведено на рис. 1.

Смещение точек изломов, связанных с кусочно-линейным характером уравнений, наблюдается и на зависимостях, приведенных на *рис.* 3. Это смещение связано с тем, что чем моложе индивиды, тем они более активны в восприятии событий. С повышением возраста один и тот же уровень количества агентов, изменивших свое отношение к некоторому событию, наблюдается в более поздние моменты времени. Падающие участки на временных зависимостях в сегменте m□ [65…75] на *рис. 3* свидетельствуют о превалировании в начальный период времени нормативного влияния над информационным влиянием.

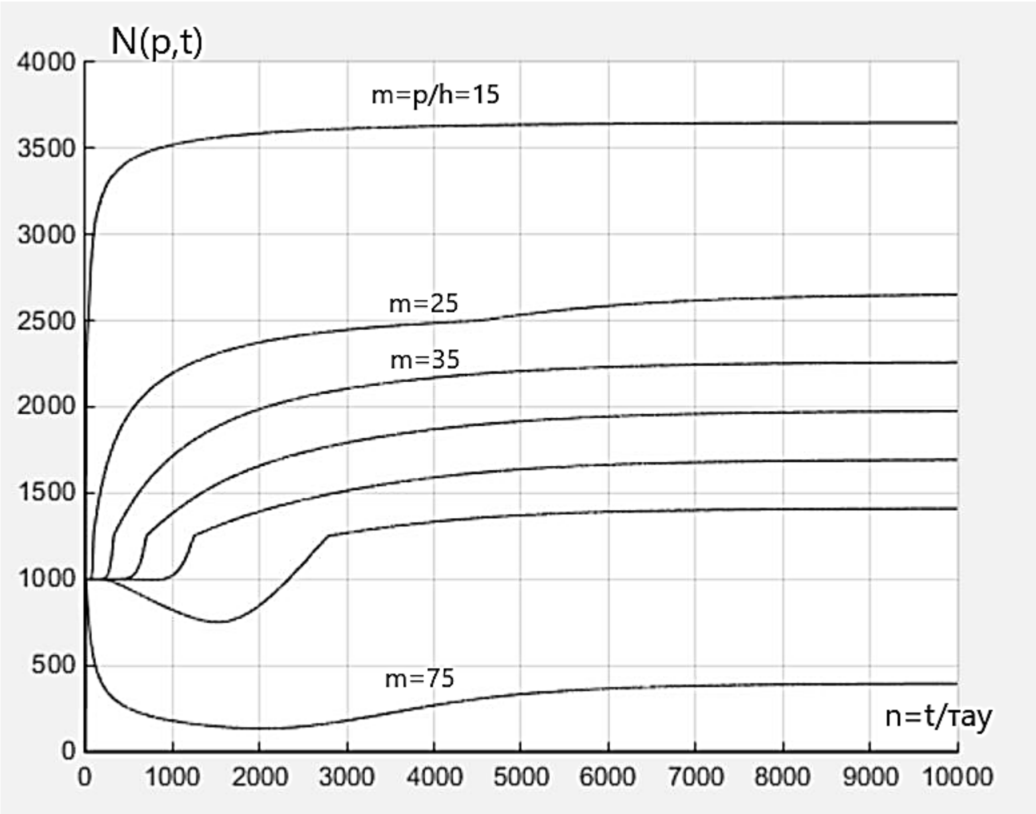

Рис. 3. Изменение во времени числа агентов, подвергшихся влиянию и изменивших свое отношение к некоторому событию. Различные кривые соответствуют различному возрасту.

Выводы

1. На основе функционально-операторного подхода доказана возможность применения моделей теплопроводности в многослойных анизотропных средах для исследования информационного влияния в неоднородном социальном пространстве.
2. Формализовано понятие меры в неоднородном социальном пространстве.
3. Исследованы особенности распространения влияния при изменении ранговых признаков общественного неравенства.
4. Численный эксперимент подтвердил теоретические положения.
5. С учетом характера выбранной аналогии существует возможность расширения модели с целью одновременного исследования до трех признаков общественного неравенства с учетом их взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов В.Н., Магомедов К.А. Негладкие операторы и распределенные системы. СПб.: изд. СПб ГПУ,—2003.—160 с.
2. Магомедов К.А. Пространственная модель распространения социальных и экономических явлений в неоднородном обществе. Инновации и инвестиции. 2020. № 3. С. 41–47.
3. Сорокин П. Социальная и культурная мобильность//Сорокин П. Человек, цивилизация, общество/Под ред. А.Ю. Согомонова. М.: Политиздат, 1992. С. 297–307. Перевод А.Ю. Согомонова.
4. Чхартишвили А.Г., Губанов Д.А. Нормированная и ненормированная влиятельность пользователей и мета-пользователей онлайновой социальной сети / Материалы Международной научно-практической конференции «Теория активных систем» (Москва, 2016). М.: ИПУ РАН, 2016. С. 251–257.
5. Blau, Peter M. Inequality and Heterogeneity: A Primitive Theory of Social Structure Hardcover — October 1, 1977.

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»