DOI10.37882/2223–2966.2022.07.28

АНАЛИЗ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ И ПОЧТИ-ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ЛОКАЛЬНЫХ МИНИМУМОВ РЕПРЕЗЕНТАТИВНОЙ ВЫБОРКИ

ANALYSIS OF ALMOST-PERIODIC AND ALMOST-PROPORTIONAL CHARACTERISTICS OF TIME SERIES OF LOCAL MINIMA OF A REPRESENTATIVE SAMPLE

A. Paramonov
V. Kuzmin
R. Dzerzhinsky

Summary. The problem of methods for analyzing nonlinear oscillations is now a general scientific, fundamental one, especially in the field of information systems with a large amount of data. In this paper, the analysis takes place on a test example of exchange data to identify hidden connections, general patterns, trends and fluctuations. According to the results of the analysis, it is expected to identify the desired ergodic dependence, as well as distinctive features of data behavior in the identified areas of almost-periods and almost-proportions.

Keywords: nonlinear dynamics, economics, data analysis, stock data, time series, nonlinear fluctuations with trend, trend exclusion, almost-periods, almost-proportions, development cell.

Парамонов Александр Александрович
Ассистент, ФГБОУ ВО «МИРЭА — Российский технологический университет»
paramonov_a_a99@mail.ru
Кузьмин Виктор Иванович
Д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО «МИРЭА — Российский технологический университет»
Дзержинский Роман Игоревич
К.т.н., доцент, ФГБОУ ВО «МИРЭА — Российский технологический университет»

Аннотация. Проблема методов анализа нелинейных колебаний является сейчас общенаучной, фундаментальной, особенно в области информационных систем с большим объёмом данных. В данной работе анализ проходит на тестовом примере биржевых данных по выявлению скрытых связей, общих закономерностей, трендов и колебаний. По результатам проведения анализа, ожидается выявление искомой эргодической зависимости, а также отличительных черт поведения данных на выявленных участках почти-периодов и почти-пропорций.

Ключевые слова: нелинейная динамика, экономика, анализ данных, биржевые данные, временные ряды, нелинейные колебания с трендом, исключение тренда, почти-периоды, почти-пропорции, ячейка развития.

Введение

Проблема анализа методов нелинейных колебаний с трендом является сейчас общенаучной, фундаментальной, особенно в области информационных систем с большим объёмом данных.[1] В данной работе анализ проходит на тестовом примере биржевых данных по выявлению скрытых связей, общих закономерностей, трендов и колебаний. По результатам проведения анализа, ожидается выявление искомой эргодической зависимости, а также отличительных черт поведения данных на выявленных участках почти-периодов и почти-пропорций.[2]

Специфика временных рядов состоит в том, что в них представлен результат взаимодействия процессов, происходящих в принципиально разных временных масштабах. Это приводит к необходимости разделения исходного временного ряда на составляющие, характеризующие, так называемые, быстрые и медленные движения. В результате чего, анализ быстрых движений позволяет определить иерархию временных интервалов, наиболее близких к периодам (почти-периодам).

Знание почти-периодов позволяет использовать их в качестве интервалов сглаживания исходного ряда для определения иерархии трендов, соответствующих полученным значениям почти-периодов.

Медленные движения, как основные тенденции (тренды), анализируются также непосредственно, без исключения быстрых движений, на основе нелинейных преобразований (анаморфоз), которые переводят исходные данные в кусочно-линейные зависимости. В результате, общая структура временного ряда определяется при сопоставлении характеристик почти-периодов и трендов. Помимо этого, существует проблема почти-пропорций, которые могут быть выявлены, как при помощи алгоритмов нахождения почти-пропорций, так и способны воспроизводиться через соотношения почти-периодов.[3][4][5]

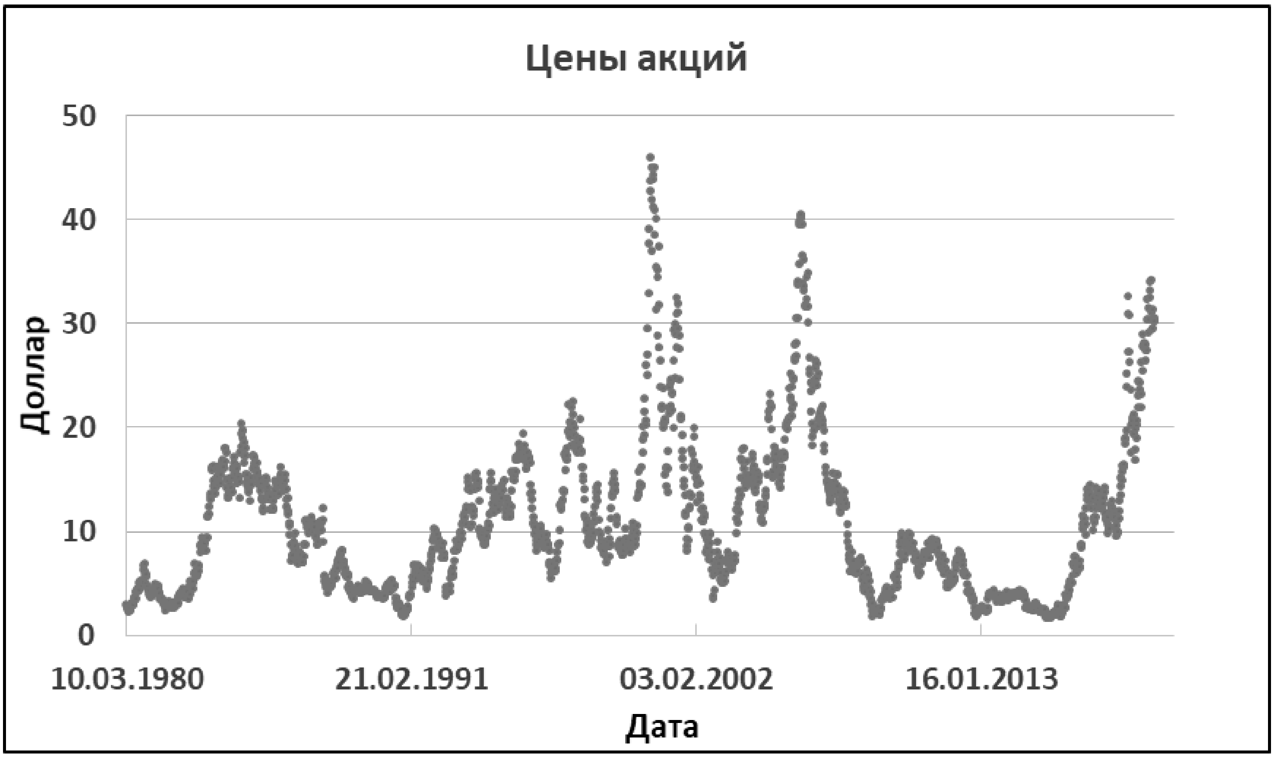

Рис. 1. Данные стоимости акций компании AMD

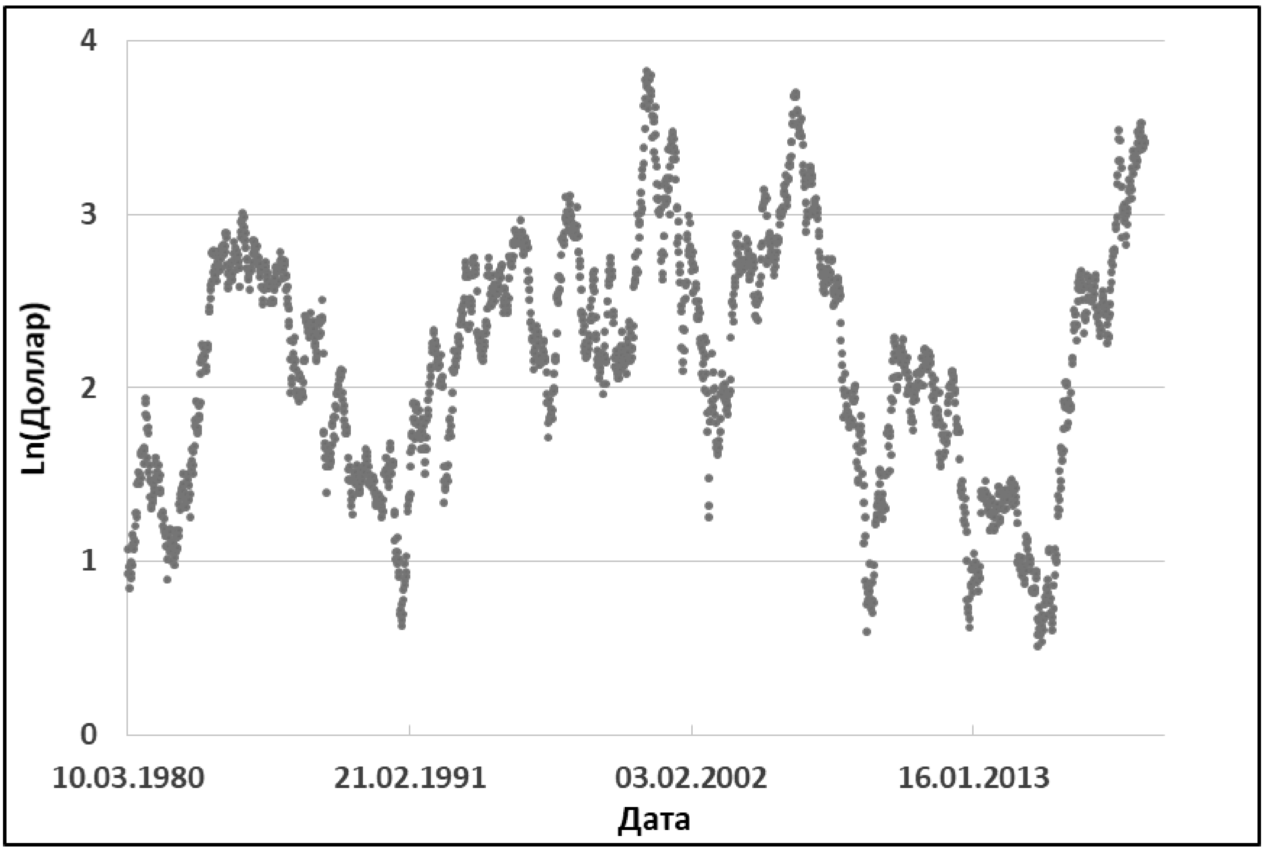

Рис. 2. Данные стоимости акций компании AMD в координатах ln(y)~t

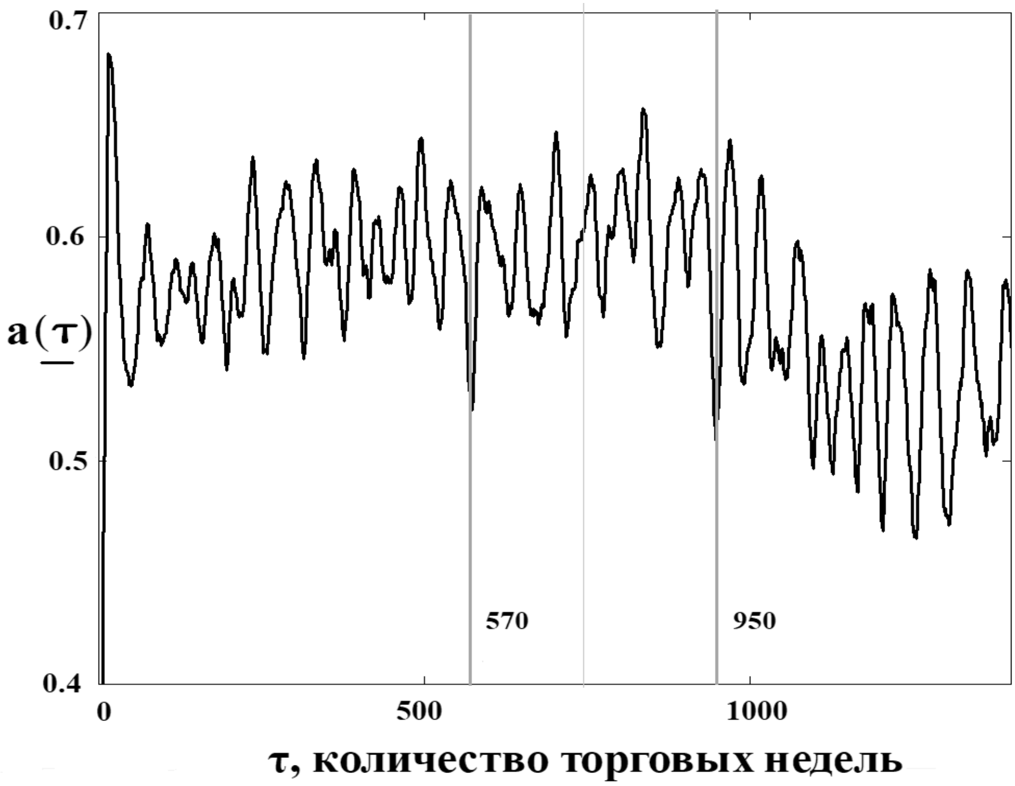

Рис. 3. Сдвиговая функция для стоимости акций компании AMD

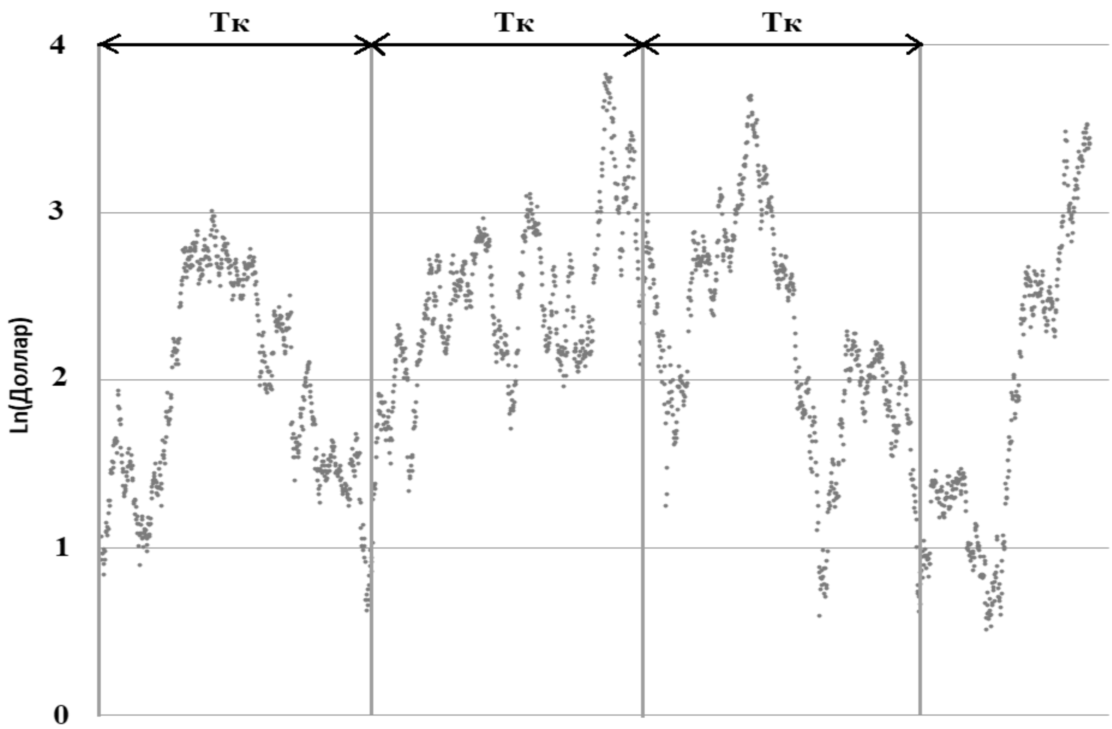

Рис. 4. Проявленность почти-периода 570

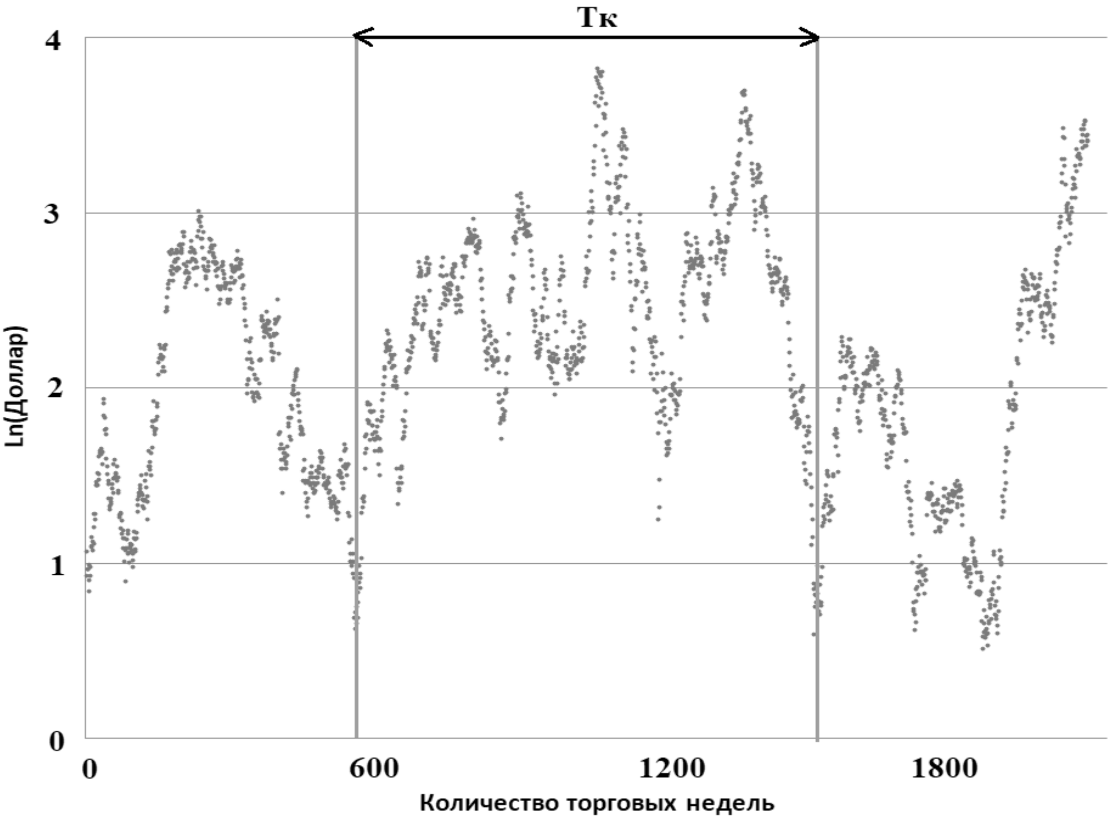

Рис. 5. Проявленность почти-периода 950

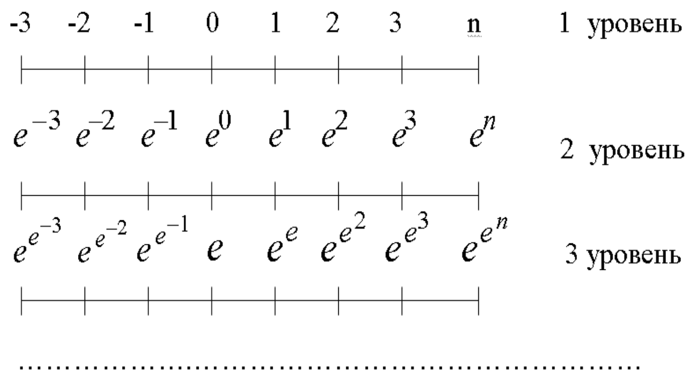

Рис. 6. Иерархия критических констант, определяемых числом Непера

В качестве объекта для нахождения и подтверждения решения поставленной задачи возьмём еженедельные данные стоимости закрытия акций компании AMD с начала её выхода на биржу (март 1980 года) по сентябрь 2019 года. Источником данных является сайт https://finance.yahoo.com/. Стоимость акций считается в долларах. Advanced Micro Devices (AMD) — производитель интегральной микросхемной электроники. Один из крупнейших производителей центральных и графических процессоров и чипсетов для материнских плат.

Исходные данные представлены на рис. 1.

Как видно, данные обладают разным порядком, чтобы провести качественную оценку, потребуется свести данные к масштабу, где данные больших и малых значений курса акций могли оцениваться одинаково. Для этого, воспользуемся анаморфозой вида ln(y)~t, где y — исходные данные, t — время. Такие координаты ещё носят названия полулогарифмические. На рис. 2 представлены данные в полулогарифмическом масштабе. Можно за-

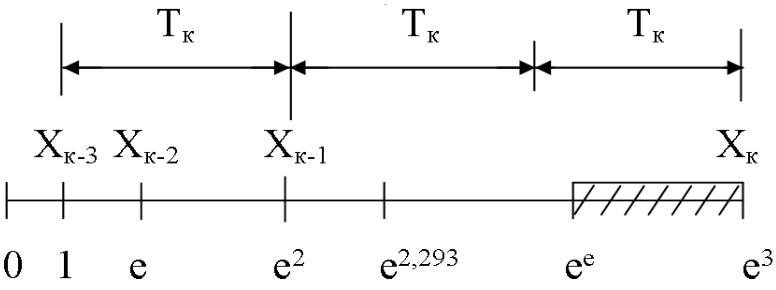

Рис. 7. Ячейка развития

метить, что такой масштаб растягивает диапазон малых значений курса и сжимает большие значения, что принципиально меняет восприятие анализируемых данных.

Начнём анализ с того, что для представленных данных найдём характерные почти-периоды. Но для начала, ознакомимся с некоторыми понятиями.

Период функции, это такое положительное число, свойство которого состоит в повторении значений функции через интервал изменения независимой переменной равный периоду, т.е. f(t+τ)-f(t)=0. Однако поскольку в реальных данных приходится иметь дело с нелинейными колебаниями, в связи с чем, чистые периоды встречаются достаточно редко. То в результате, стоит задача по выявлению значений, наиболее близких к периодам. Такие значения называются почти–периодами. То есть, τ — почти-период, если для него выполняется неравенство, |f(t+τ)-f(t)|<ε, где ε>0 — смещение. Тогда для дискретного случая, если n — общее число отсчётов функции f(t), заданной экспериментальными значениями, получаем функцию, которая носит название сдвиговой функцией и имеет вид:

$$a(\tau) = \frac{1}{n-\tau} * \sum_{t=1}^{n-\tau} |\mathrm{f}(\mathrm{t}+\tau) - \mathrm{f}(\mathrm{t})|$$

Тогда выявление почти-периодов τ функции f(t) может быть определена, как совокупность локальных минимумов функции a(τ). Причём, чем больше глубина минимумов на графике сдвиговой функции, тем ближе к истинному периоду значение временного интервала, соответствующего этому минимуму, и тем выше его значимость среди всех почти-периодов данного временного ряда. [6]

Воздействуя сдвиговой функцией на исследуемый ряд (рис. 3), получим значения почти-периодов, равные 570 и 950. Наличие данных почти-периодов в анализируемых данных, показаны на рис. 4 и рис. 5, соответственно. Используя полученные значения почти-периодов, возьмём их за основу для построения ячейки развития.

В ходе анализа данных нередко можно столкнуться с использованием шкал отношений. При построении таких шкал проблема состоит в определении таких чисел, которые единым образом определяют структуру систем. Известно, что такие числа связаны, в частности, с числом Непера e=2,71828…, она же экспонента, которая является основанием натуральных логарифмов.

В природных системах реализована иерархия взаимодействующих структурных уровней (рис. 6), порождаемых по следующему правилу — каждый следующий более высокий уровень имеют члены предыдущего показателем степени у числа Непера.

Взаимосвязь между равномерными интервалами 1 уровня и членами геометрической прогрессии 2 уровня определяется синхронизацией их рубежей в соответствии с соотношением:

$$X_k = \frac{2e}{e-1} T_k$$

Здесь $T_к$ — равномерные единичные такты арифметической прогрессии (1 уровень), $X_к$ — рубеж геометрической прогрессии с модулем e (2 уровень). Такую взаимосвязь и называют ячейкой развития (рис. 7). [7]

На рис. 8 и рис. 9 представлены ячейки развития с $T_к$ = 570 и $T_к$ = 950, соответственно. Как можно заметить, в выделенных рубежах можно смену тенденций цен акций. При этом, для $T_к$ = 950 найти и наглядно показать наличие тактов на уровень меньше. Значение такта $T_{к-1}$ можем найти, поделив значение такта предыдущего уровня — 950 на e. Проведя соответствующие вычисления, получаем, что $T_{к-1}$ = 350. Расстановка данных тактов, в соответствии ячейкой развития предыдущего уровня, представлена на рис. 9 внизу графика. Видно, что в каждом из тактов, систем имеет индивидуальное поведение.

Как можно заметить, влияние ритмов арифметических прогрессий сопровождается ритмами геометрических прогрессий на функционирование самых различных систем. Для выявления ритмов геометрической

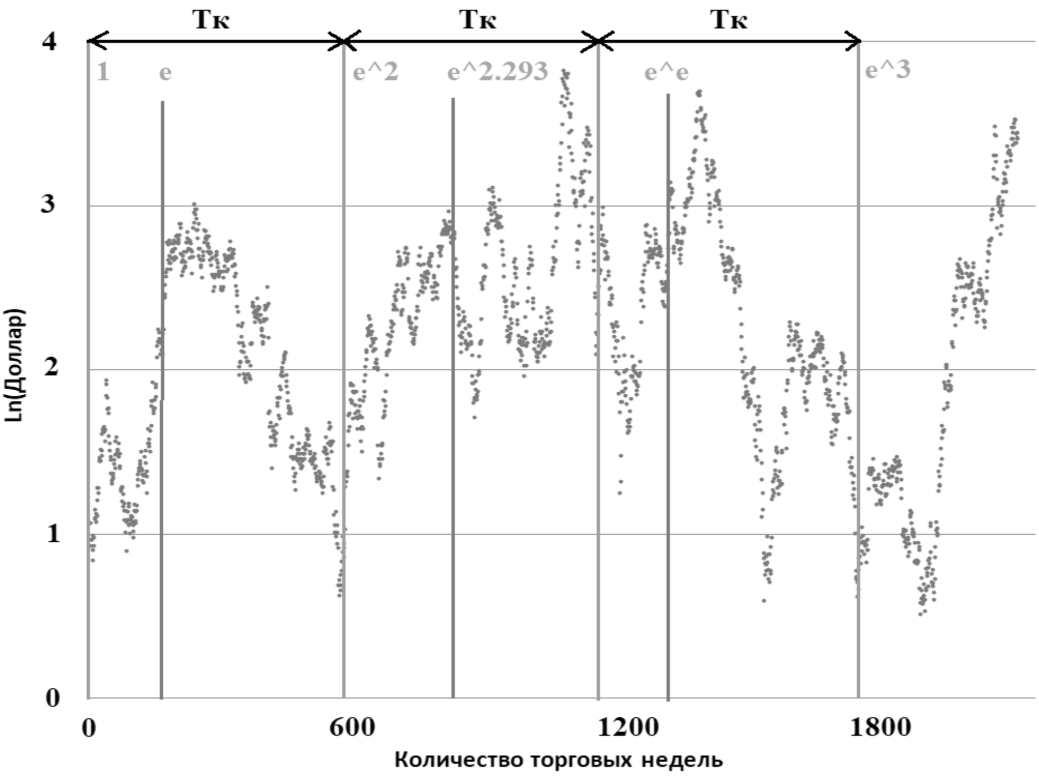

Рис. 8. Ячейка развития по почти-периоду Тк=570

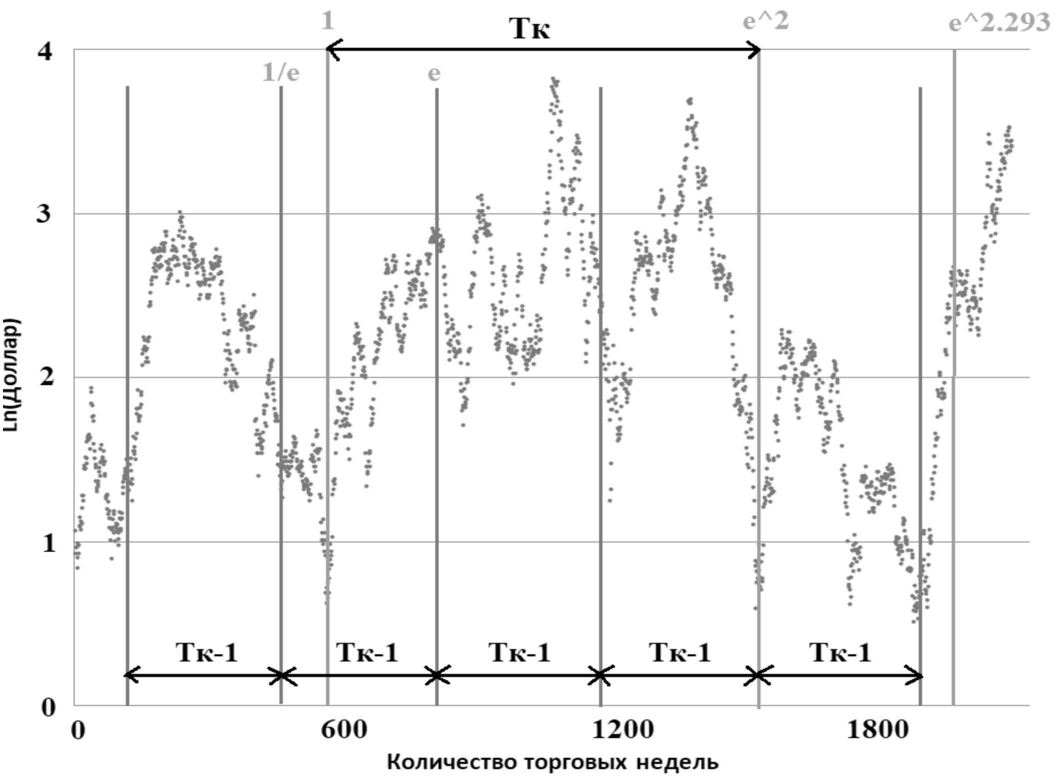

Рис. 9. Ячейка развития по почти-периоду Тк=950

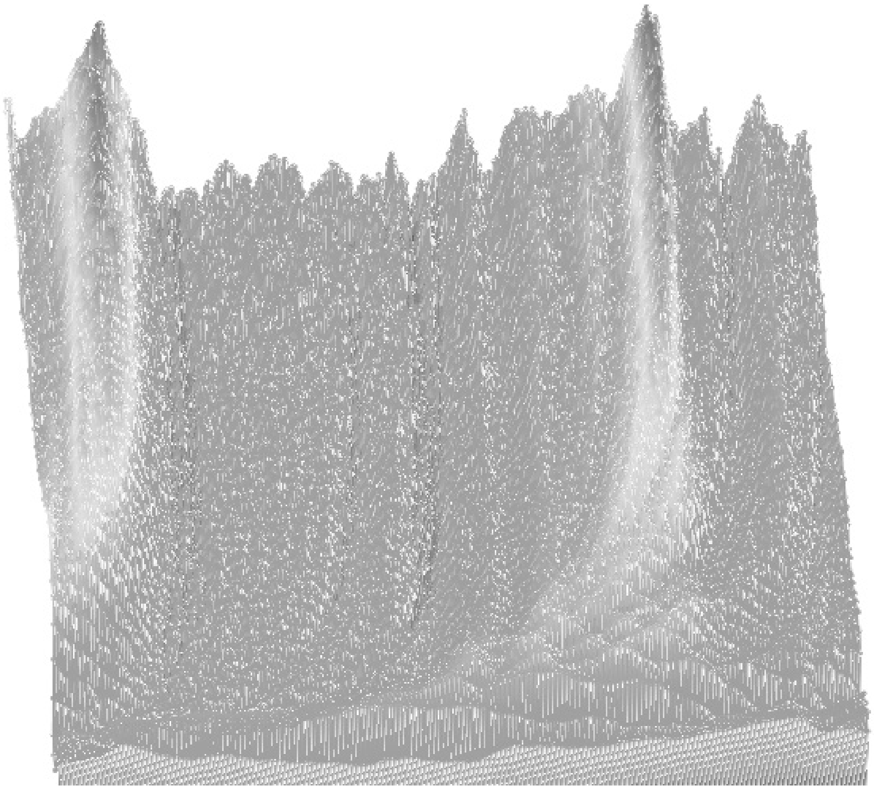

Рис. 10. Результат обработки данных рис. 2 функцией (1)

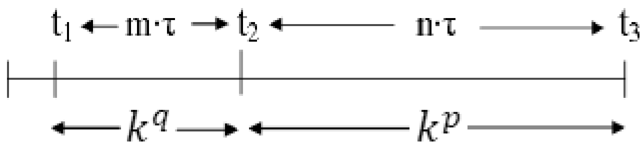

Рис. 11. Синхронизация арифметической и геометрической прогрессий

прогрессии будем опираться на тот факт, что они удовлетворяют соотношению f(t*k)-f(t)=0, где f(t) — значение исследуемого ряда в момент времени t, k — модуль геометрической прогрессии. Тогда, почти-пропорцией будем называть такое число k, если для него выполняется неравенство |f(t*k)-f(t)|<ε, где ε>0 — смещение. Для дискретного случая, если N — общее число отсчётов функции f(t), заданной экспериментальными значениями, получаем функцию, для определения почти-пропорций, которая имеет вид:

$$b(k) = \frac{1}{N/k} * \sum_{t=1}^{N/k} |\mathrm{f}(\mathrm{t} * \mathrm{k}) - \mathrm{f}(\mathrm{t})|.$$

Для идентификации геометрической прогрессии необходимо знать положение нуля отсчёта t_0, который может находиться внутри или за пределами исследуемых данных. Поэтому, с учётом определения, нуля отсчёта, формула для поиска почти-пропорций принимает следующий вид:

$$b(k, t_0) = \frac{1}{N/k} * \sum_{t=1}^{N/k} |\mathrm{f}(\mathrm{t} * \mathrm{k} + t_0) - \mathrm{f}(\mathrm{t} + t_0)|. \qquad (1)$$

В таком случае, система почти-пропорций k функции f(t) может быть определена как совокупность локальных минимумов представленной функции. При этом, как и в случае с почти-периодами, чем глубже будут минимумы на графике функции, тем ближе к истинному значению модуля геометрической прогрессии временного интервала, соответствующего этому минимуму, и тем выше его значимость в данном временном ряде.[1]

Применим этот алгоритм идентификации ритмов геометрической прогрессии на данных стоимости акций компании AMD. Результат обработки данных рис. 2 функцией (1) представлен на рис. 10. Здесь хорошо проявлены локальные минимумы при значениях $t_0 = 130$ и $k = 30–31$, а при значении $t_0 = 270$, $k = 10–11$. Стоит отметить, что полученные числа k отличатся приблизительно в е раз. Что говорит о взаимосвязи полученных знаменателей геометрической прогрессии.

Рассмотрим условия синхронизации арифметической и геометрической прогрессии. Обозначим k — модуль геометрической прогрессии, τ — величина почти-периода, t_1, t_2, t_3 — числа, являющиеся одновременно членами арифметической и геометрической прогрессий, n — количество τ между t_2 и t_1, m — количество τ между t_3 и t_2 (рис. 11). Тогда выполняется равенство:

$$\frac{t_1 * k^{p+q} - t_1 * k^q}{t_1 * k^p - t_1} = \frac{n * ф}{m * ф}$$

Тоже самое, что:

$$\frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1} = \frac{n * ф}{m * ф} \qquad (2)$$

Отсюда, получаем, что по известному модулю геометрической прогрессии можно определить величину периода и наоборот.

В качестве знаменателей геометрической прогрессии, возьмём найденные значение k, равное 11, а также, значение, которое в е раз меньше 11 — k = 4. В качестве нуля отсчёта возьмём $t_0 = 130$. Подставляя поочерёдно в формулу (2) возможные значения синхронизации прогрессий t_1, t_2, t_3, учитывая значение t_0, получим следующие значения почти периодов.Для k=11, значения выявленных почти-периодов $T_к$: 11, 121. Для k=4, значения выявленных почти-периодов $T_к$: 4, 16, 64, 256.

Таким образом, получили почти-периоды, кратные соответствующим знаменателям геометрической прогрессии. Помимо этого, можно заметить, что полученные $T_к$, равные 4 и 11, отличаются от ранее найденного почти-периода 570 в e^4 и e^5 раз соответственно.

Заключение

Полученная система оценок почти-периодов для процессов с нелинейными колебаниями с трендом на примере биржевых данных, показывает, что разделение медленных и быстрых характеристик процесса позволяет эффективно определять его периодические компоненты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф. Технический анализ.— М.: МИРЭА, МГУПИ 2015.— 71 с.
2. R.I. Dzerjinsky, E.N. Pronina, M.R. Dzerzhinskaya. The Structural Analysis of the World Gold Prices Dynamics// Computer Science On-line Conference (CSOC) 2020/ R. Silhavy (Ed): Artificial Intelligence and Bioinspired Computational Methods, AISC1225, pp. 352–365, 2020. Springer Nature Switzerland AG 2020 [Режим доступа]: https://doi.org/10.1007/978–3–030–51971–1_29
3. Кузьмин В.И., Самохин А.Б. Почти периодические функции с трендом.— М.: «ВЕСТНИК МГТУ МИРЭА» № 4 2015 Том II, 2015.
4. Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф. Методы построения моделей по эмпирическим данным.— М.: МИРЭА, 2012.— 94 с.
5. Дзержинский Р.И., Самохин А.Б., Чердынцев В.В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие — М.: МИРЭА, 2018.— Электрон. опт. диск (ISO)
6. Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф. Математические методы анализа периодических компонент нелинейных процессов и прогнозирования динамики ограниченного роста на их основе.— М.: «ВЕСТНИК МГТУ МИРЭА» № 4 2015 Том II, 2015.
7. Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф. Модели и методы научно-технического прогнозирования.— М.: МИРЭА, 2016.— 90 с.